

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ - UFC**  
**Curso de Pós-Graduação em Economia - CAEN**

**ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA DE BEM ESTAR DOS  
MUNICÍPIOS DO ESTADO DO CEARÁ 1991-2000, UMA  
APLICAÇÃO DA MATRIZ DE TRANSIÇÃO DE MARKOV.**

Alexandre Galdino Viana

Fortaleza  
Outubro - 2006

ALEXANDRE GALDINO VIANA

**ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA DE BEM ESTAR DOS  
MUNICÍPIOS DO ESTADO DO CEARÁ 1991-2000, UMA  
APLICAÇÃO DA MATRIZ DE TRANSIÇÃO DE MARKOV.**

Prof. Orientador: Dr. Flávio Ataliba Flexa Daltro Barreto

Dissertação submetida à  
Coordenação do Curso de Pós-  
Graduação em Economia, da  
Universidade Federal do Ceará,  
como requisito para obtenção do  
grau de Mestre em Economia.

Fortaleza - Ceará  
2006

ALEXANDRE GALDINO VIANA

**ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA DE BEM ESTAR DOS  
MUNICÍPIOS DO ESTADO DO CEARÁ 1991-2000, UMA  
APLICAÇÃO DA MATRIZ DE TRANSIÇÃO DE MARKOV.**

Dissertação submetida à Coordenação do  
Curso de Pós-Graduação em Economia,  
da Universidade Federal do Ceará, como  
requisito para obtenção do grau de  
Mestre em Economia.

Aprovada em 06 de outubro de 2006.

---

**Dr. Flávio Ataliba Flexa Daltro Barreto**  
Orientador

---

**Dr. Emerson Luís Lemos Marinho**  
Membro da Banca

---

**Dr. Sérgio Aquino de Souza**  
Membro da Banca

***Dedico este trabalho à minha  
esposa Renata, pelo amor, carinho  
e compreensão.***

## AGRADECIMENTOS

A Deus, acima de tudo.

Aos meus pais, Vanderley Viana e Lena, por sempre acreditarem nos meus ideais.

Ao meu irmão Vanderley Júnior pelo tempo e atenção dispensados para a elaboração deste trabalho.

À minha esposa Renata e à sua família, em especial o economista, sogro e amigo Getúlio Carvalho.

À minha avó Maria Eneida (*in memoriam*)

Ao meu orientador Professor Flávio Ataliba pelo louvável incentivo e acompanhamento para a conclusão desta dissertação.

Ao Professor Edinaldo Tebaldi por sua imensurável dedicação para o desenvolvimento e realização deste estudo.

Aos ilustres professores membros da banca, Emerson Luís Lemos Marinho e Sérgio Aquino de Souza.

Aos meus colegas de turma, em especial ao amigo Henrique Câmara, pelo companheirismo de sempre.

E a todos os professores e servidores do CAEN, obrigado pelo apoio de sempre.

## RESUMO

Este trabalho tem por objetivo analisar a hipótese de convergência dos índices de bem estar dos municípios do estado do Ceará e a dinâmica de seu crescimento no período de 1991-2000. A metodologia aplicada neste trabalho foi o método das matrizes de transição de Markov, que é um processo de estimação das distribuições de equilíbrio entre classes. Dentre as conclusões, o processo de convergência entre as classes de municípios do estado do Ceará não foi homogêneo. Foi diagnosticado que as disparidades de bem estar entre grupos de municípios pobres e ricos continuam e tendem a se tornarem maiores com o tempo. Apesar de existir uma tendência de aumento das diferenças entre os níveis de bem estar das classes de municípios, houve uma tímida redução das classes mais “miseráveis”. A velocidade do processo de convergência para os grupos de municípios do estado do Ceará é muito lenta e heterogênea com formação de clubes.

**Palavras-Chave:** Crescimento Econômico, Convergência, Bem estar, Clubes de convergência.

## ABSTRACT

This paper has for objective analyze the hypothesis of convergence in welfare conditions indexes of the municipal districts of the state of Ceará and the dynamics of his growth in the period of 1991-2000. The applied methodology in this paper was the method of the transitions in Markov chains that is a process of estimate of the balance distributions among classes. Among the conclusions, the convergence process among the classes was not homogeneous. It was diagnosed that welfare disparities among groups of poor and rich municipal districts continue and they tend turn larger with the time. In spite of a tendency to increase the differences between classes, there was a shy reduction of the "most miserable" classes. The speed of the convergence process for the groups of districts is very slow and heterogeneous with formation of clubs.

Key Words: Economical Growth, Convergence, Welfare Conditions, Convergence Clubs.

## LISTA DE GRÁFICOS

- Gráfico 1 – Gráfico de Solow com progresso tecnológico
- Gráfico 2 – Gráfico de Solow com aumento de investimento
- Gráfico 3 – Efeito de um aumento na taxa de investimento
- Gráfico 4 – Efeito de um aumento na taxa de investimento sobre o crescimento
- Gráfico 5 – Municípios com melhores crescimentos em posições do IDH-M – 1991-2000
- Gráfico 6 – Municípios com maiores decréscimos em posições do IDH-M – 1991-2000
- Gráfico 7 – Linhas de convergência
- Gráfico 8 – Tendência de permanência na mesma classificação de origem
- Gráfico 9 – Representação dos pontos de picos entre grupos

## LISTA DE TABELAS

- Tabela 1 – IDH-M de 11 municípios do Estado do Ceará – 1991
- Tabela 2 – Os 10 maiores índices do IDH-M dos municípios do Ceará – 1991-2000
- Tabela 3 – Os 10 menores índices do IDH-m dos municípios do Ceará – 1991-2000
- Tabela 4 – Todas as probabilidades de transição do passo K
- Tabela 5 – Matriz de transição de Markov do índice renda dos municípios do estado do Ceará – 1991-2000
- Tabela 6 – Matriz de transição de Markov do índice educação dos municípios do estado do Ceará – 1991-2000
- Tabela 7 – Matriz de transição de Markov do índice vida dos municípios do estado do Ceará – 1991-2000
- Tabela 8 – Matriz de transição de Markov do índice global dos municípios do estado do Ceará – 1991-2000

## LISTA DE FIGURAS

- Figura 1 – Diagrama de transição de estados
- Figura 2 – Agrupamento da estrutura municipal do Ceará em classes
- Figura 3 – Intervalo de classe do índice renda
- Figura 4 – Intervalo de classe do índice educação
- Figura 5 – Intervalo de classe do índice vida
- Figura 6 – Intervalo de classe do índice global



## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	9
1 REFERENCIAL TEÓRICO.....	13
1.1 Modelo de Solow.....	13
1.2 Discussão do Modelo.....	22
2 ÍNDICE DE DESENVOLVIMENTO HUMANO – IDH .....	27
2.1 Índice de Desenvolvimento Municipal – IDH-M .....	28
2.2 IDH-M no Ceará .....	29
3 PROCEDIMENTO METODOLÓGICO.....	36
3.1 Matriz de transição de Markov.....	37
3.2 Procedimento para estimação dos grupos das matrizes.....	41
4 RESULTADO DAS MATRIZES.....	45
4.1 Índice Renda .....	45
4.2 Índice Educação .....	48
4.3 Índice Expectativa de Vida .....	51
4.4 Índice Global .....	53
5 ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA.....	55
CONCLUSÃO.....	61
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	63
ANEXOS.....	66

## INTRODUÇÃO

Explicar os determinantes do crescimento de uma economia é um dos principais desafios com que se depara a ciência econômica. Com intuito de melhorar a qualidade de vida das pessoas e o nível de bem estar da sociedade em geral, economistas e estudiosos avançam na busca de uma melhor compreensão a respeito da dinâmica do crescimento e desenvolvimento econômico.

A palavra “bem estar” apresenta um conceito muito amplo e engloba diversas características relacionadas à vida humana. Dentro das demais características podemos incluir os aspectos físicos (saúde), sociais (educação) e econômicos (renda).

Para a ciência econômica, o nível de bem-estar de uma sociedade é determinado pela distribuição dos recursos disponíveis, dentre os quais, a renda *per capita* aparece com uma variável de destaque, porque grande parte dos estudos sobre bem-estar social, pobreza e desigualdade, baseia-se na análise da distribuição de renda.

No mundo contemporâneo, existem grandes diferenças nas economias capitalistas em termos de acumulação de capital, produtividade, tecnologia, renda *per capita*, bem estar, dentre outros fatores. Essas desigualdades se tornam mais evidentes quando comparamos economias do primeiro mundo em relação às economias emergentes, como a economia brasileira.

A economia brasileira sofreu significativas transformações desde 1980, início da abertura política no país, até os dias atuais com a abertura comercial.

O Brasil desponta como um dos países com maior desigualdade social, econômica e regional. Essas desigualdades revelam-se por inúmeros fatores, como renda, escolaridade, saúde, transporte, comunicação etc.

Economistas e políticos concordam que reduzir essas desigualdades é um dos principais, se não o primordial meio para elevar o bem estar da sociedade (Magalhães e Miranda, 2005).

A aceleração do avanço tecnológico, bem como, a crescente competição e a agilidade dos processos de liberação econômica, contribuíram para os diferentes caminhos de desenvolvimento entre os estados brasileiros.

De acordo com Magalhães e Miranda (2005) a estrutura municipal brasileira sofreu muitas modificações entre os anos de 1970 há 2000. O grande movimento de emancipação de municípios que tem ocorrido no país fez com que o número de municípios existentes aumentasse de 3.952 em 1970 para 5.507 no ano 2000. Essas emancipações causaram também efeitos na estrutura municipal nordestina, no caso do estudo, os municípios do estado do Ceará.

Neste sentido, a evolução das informações sobre os dados regionais, bem como um melhor mapeamento da estrutura municipal do estado do Ceará, tem melhorado consideravelmente o nível de pesquisa regional e a descoberta de novas diretrizes para canalização de recursos para o estado cearense.

Do ano de 1991 a 2000, o Ceará recebeu fortes investimentos em infraestrutura e tecnologia o que auxiliou no processo de interiorização da indústria.

O governo do estado incentivou a instalação de indústrias, nos 24 distritos, entre eles: Maracanaú, Maranguape, Eusébio, Pacatuba, Acarape, Redenção, Horizonte, Pacajus, Sobral e Barbalha foram os destaques para consolidar o processo de descentralização da indústria cearense.

O Ceará foi o estado brasileiro que apresentou maior crescimento no índice de desenvolvimento humano entre os anos de 1991 e 2000, passando de 0,597 para 0,699, com isso passou da 23ª posição do ranking nacional, em 1991, para a 19ª posição, em 2000, sendo o estado brasileiro que mais conquistou posições no período (SEPLAN, 2002).

No entanto é de grande importância aprofundar as discussões para um melhor entendimento da dinâmica de crescimento do estado. Apesar da

melhora no desempenho do Índice de Desenvolvimento Humano<sup>1</sup> e o otimismo por parte do governo, os problemas associados à heterogeneidade de níveis de bem estar para os municípios do Ceará é um fato visível aos olhos da sociedade.

Abordando uma visão mais realista do cenário municipal, o estado do Ceará ainda não se situa entre os desenvolvidos do Brasil, fruto de um atraso no processo de estruturação econômica da região Nordeste.

O Ceará continua há crescer em termos de Produto Interno Bruto<sup>2</sup> (PIB) muito pouco e apresenta acentuada desigualdade na área social e econômica, principalmente em relação os demais estados situados no sul e sudeste brasileiro.

Nesse sentido algumas questões associadas ao desenvolvimento e o crescimento dos índices de bem estar do estado do Ceará, passam a ser fundamentais para a elaboração deste estudo, tais como: I) Haverá uma tendência inerente para as economias dos municípios de menor desenvolvimento crescer mais rápido do que as economias dos municípios de maior desenvolvimento? II) Existem núcleos distintos de convergência entre os municípios do Estado? III) Os municípios de baixo desenvolvimento tendem a migrar ao longo do tempo para grupos mais elevados? Ou continuam cada vez menos desenvolvidos?

O propósito deste estudo é de analisar a hipótese de convergência de bem estar dos 184 municípios que compõe o estado do Ceará no período de 1991-2000, aplicando um processo estocástico da matriz de transição de Markov. Os índices de desenvolvimento humano – IDH são utilizados como variáveis para aferir a situação de bem estar dos municípios.

---

<sup>1</sup> O IDH – Índice de Desenvolvimento Humano – é uma das formas de medir o desenvolvimento social dos países, uma das que se consideram mais equilibradas. Além dos critérios econômicos, como PIB, renda per capita, etc., são analisados outros critérios de caráter social, como as taxas de mortalidade e natalidade, a longevidade, a taxa de analfabetismo, etc.

<sup>2</sup> O produto interno bruto (PIB) representa a soma (em valores financeiros) de toda a produção econômica de uma determinada região ou parcela da sociedade (qual seja, países, estados, cidades), durante um período determinado (mês, trimestre, ano, etc).

A dissertação está organizada em cinco capítulos juntamente com esta introdução. No capítulo 1, contrapõem-se o referencial teórico, a tradicional teoria de crescimento de Solow e discussão do modelo. O capítulo 2 aborda o índice de desenvolvimento humano e o caso do Ceará.

O procedimento metodológico está descrito no capítulo 3, que trata da propriedade do processo de Markov, matriz de transição de estados e o procedimento para estimação das matrizes. Os resultados são apresentados no capítulo 4 e as conclusões obtidas no capítulo 5.

## 1. REFERENCIAL TEÓRICO

A teoria neoclássica de crescimento apresentada por Solow (1956), introduziu um modelo de estrutura clássica que viria a ser a formalização teórica das idéias de crescimento econômico de acordo com premissas ortodoxas.

Segundo Solow, no longo prazo o nível do produto por habitante depende da taxa de poupança da economia e também da função de produção, que depende do estado da tecnologia. O progresso tecnológico no modelo de Solow não é facilmente analisado, e só é estimado como resíduo (de uma função tipo Cobb-Douglas). No estado estacionário, a taxa de crescimento do produto agregado depende do crescimento da população e do progresso tecnológico, considerado um fator exógeno.

O modelo apresenta um ponto de equilíbrio estacionário único e estável, que será alcançado quaisquer que sejam as condições iniciais, porque, se o progresso tecnológico se difundir pelo mundo inteiro, haverá convergência das taxas de crescimento e consequentemente dos níveis de produto per capita. (Oscar, 2005)

### 1.1 O MODELO DE SOLOW

As teorias de Solow (1957) ajudaram a esclarecer o papel da acumulação de capital físico e destacou a importância do progresso técnico como fator importante do crescimento econômico sustentado.

Foi basicamente devido à hipótese de rendimentos decrescentes que Solow encontrou seu famoso resultado que no longo prazo a taxa de

crescimento do produto *per capita* é igual à taxa de crescimento da produtividade, de forma que a taxa de poupança não afeta a taxa de crescimento de longo prazo.

De acordo com Magalhães e Miranda (2005), o modelo de Solow supõe uma economia em concorrência perfeita, uma função de produção com retornos marginais decrescentes para os insumos trabalho e capital e retornos constantes de escala.

Retornos decrescentes implicam o acúmulo do capital a taxas decrescentes; ou seja, economias em desenvolvimento que possuem menores estoques de capital e de produto devem apresentar maiores taxas de crescimento e convergir em longo prazo para os mesmos níveis de capital e de produto das economias desenvolvidas.

Uma hipótese importante para se compreender o modelo de Solow é que o progresso tecnológico é uma variável exógena.

Explicar o crescimento econômico é um grande desafio, mas Solow (1956), através do artigo que ganhou o prêmio Nobel “*A Contribution to the Theory of Economic Growth*”, como resultado principal que o investimento não pode ser uma fonte de crescimento no longo prazo. “Solow argumentava que no longo prazo a única fonte de crescimento possível é a mudança tecnológica” (EASTERLY, 2004, p.67).

Esta constatação feita por Solow se explica através da lei dos rendimentos marginais decrescentes, a qual diz que a produção cresce a taxas decrescentes, ou seja, não é possível aumentar indefinidamente a produção aumentando indefinidamente um ingrediente da produção em face de outro. Quando você aumenta o número de máquinas e equipamentos em relação à mão de obra, o rendimento de cada máquina adicional tornar-se-á cada vez mais baixo.

Esta tendência decrescente levará a economia a um estado de estagnação de suas atividades, o qual foi denominado por Solow de “*steady*

*state*”, ou seja, a igualdade entre a produtividade média do capital e o desgaste desse fator de produção.

O modelo de Solow é construído em torno de duas equações básicas, uma função de produção  $Y = K^\alpha$  e uma equação de acumulação de capital  $\dot{K} = sY - dK$ , onde  $\dot{K}$  representa a variação no estoque de capital,  $sY$  o montante de investimento bruto e  $dK$  o montante da depreciação que ocorre durante o processo produtivo.

Nesse modelo para gerar crescimento sustentado temos que acrescentar o progresso tecnológico “A” na função de produção.

$$Y = f(KAL) = K^\alpha (AL)^{1-\alpha} \quad (1)$$

A variável tecnológica “A” aparece como um fator exógeno ao modelo e caracteriza-se como aumentadora de trabalho. Uma unidade de trabalho é mais produtiva quando o nível da tecnologia é mais elevado. Reescrevendo a função de produção (1) em termos de produto por trabalhador e tirar os logaritmos de ambos os lados temos:

$$\log Y = \log K^\alpha + \log A^{1-\alpha} \quad (2)$$

Em seguida, pela propriedade transformamos os expoentes em termos multiplicáveis.

$$\log Y = \alpha \log K + (1-\alpha) \log A$$

Derivando com relação ao tempo ambos os lados, obtemos:

$$\frac{\partial \log Y}{\partial t} = \alpha \frac{\partial \log K}{\partial t} + (1-\alpha) \frac{\partial \log A}{\partial t}$$

Neste contexto, a derivada com relação ao tempo do logaritmo de uma variável é a taxa de crescimento dessa variável.

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \alpha \frac{\dot{K}}{K} + (1-\alpha) \frac{\dot{A}}{A} \quad (3)$$



A equação (3) nos diz que a taxa de crescimento do produto  $\dot{Y}$  é uma média ponderada das taxas de crescimento de capital e tecnologia.

Uma situação em que capital, produto, consumo e população crescem a taxas constantes é denominada trajetória de crescimento equilibrado.

Seguindo Jones (2000, p.31) usando  $g^x$  para representar a taxa de crescimento de uma variável  $x$  ao longo de uma trajetória de crescimento equilibrado e que há progresso tecnológico, supomos que  $A$  esteja crescendo a taxa constante,  $g^x = g^k = g$ .

$\frac{\dot{A}}{A} = g \Leftrightarrow A = A^0 e^{gt}$ , onde  $g$  é um parâmetro que representa a taxa de crescimento da tecnologia.

A importante premissa do modelo de Solow, ao longo da trajetória de crescimento equilibrado é que o produto por trabalhador e o capital por trabalhador crescem, ambos, à mesma taxa da tecnologia exógena  $g$ . O modelo com tecnologia revela que o progresso técnico é a fonte do crescimento per capita sustentado.

Reescrevendo a função de produção em termos de  $\tilde{K}$ , obtemos  $\tilde{y} = \tilde{K}^\alpha$ , onde  $Y \equiv \frac{Y}{AL} = \frac{y}{A}$ ,  $\tilde{y}$  é o produto por unidade efetiva de trabalho decorrente do fato de que o progresso tecnológico é “aumentador de trabalho”.

$AL$  é o montante efetivo de trabalho empregado na produção. Ao reescrevemos a equação fundamental do modelo de Solow  $\dot{K} = sY - dK$ , temos que de  $\tilde{K}$  obtemos,

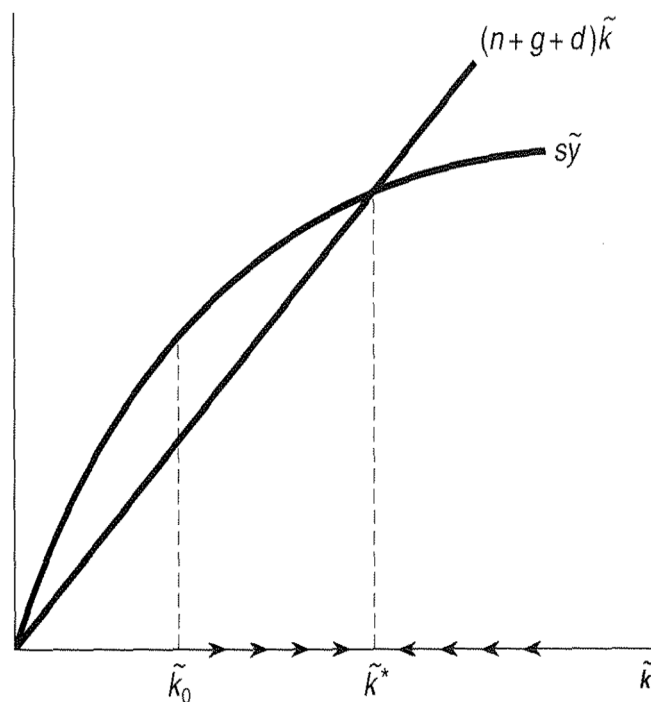
$$\frac{\dot{\tilde{K}}}{\tilde{K}} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{L}}{L}$$

Combinando com a equação de acumulação de capital, observamos a seguinte equação final (4),

$$\frac{\dot{\tilde{K}}}{\tilde{K}} = \frac{sY}{Y} - n - g - d = \frac{sY}{k} - n - g - d$$

$$\dot{\tilde{K}} = s\tilde{y} - (n + g + d)\tilde{k} \quad (4)$$

Gráfico 1-O gráfico de Solow com progresso tecnológico



Fonte: Jones (2000)

De acordo com o gráfico 1, se uma economia parte de uma razão capital-tecnologia que está abaixo do necessário ao estado estacionário  $\tilde{K}_0$ , a razão aumentará gradualmente ao longo do tempo em consequência da

superioridade do montante de investimento que está sendo realizado para manter constante a razão capital-tecnologia. Isso permanece verdadeiro até o ponto  $\tilde{K}^*$  onde a economia entra no estado estacionário e cresce ao longo de uma trajetória de crescimento equilibrado.

No “*steady state*”, a razão produto – capital é determinada pela função de produção e pela condição  $\tilde{K}' = 0$ . Desenvolvendo para  $\tilde{K}^*$ , verificamos que,

$$\tilde{K}^* = \left( \frac{s}{n + g + d} \right)^{1/(1-\alpha)} \quad (5)$$

Substituindo na função de produção obtemos,

$$\tilde{Y}^* = \left( \frac{s}{n + g + d} \right)^{\alpha/(1-\alpha)} \quad (6)$$

Para analisarmos as implicações, do produto por trabalhador Jones (2000) reescreveu a equação como,

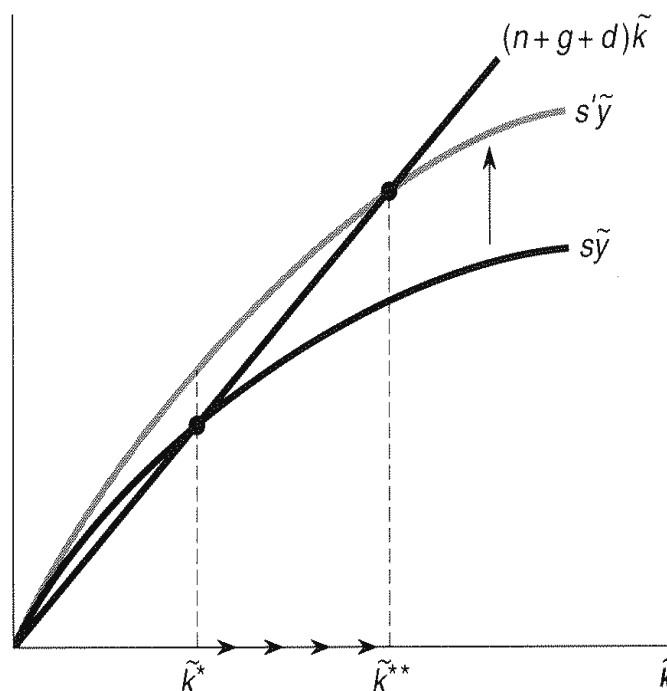
$$Y^*(t) = A(t) \left( \frac{s}{n + g + d} \right)^{\alpha/(1-\alpha)} \quad (7)$$

Onde  $Y$  e  $A$  são dependentes do tempo.

De acordo com a equação (7), podemos concluir que o produto por trabalhador ao longo da trajetória de crescimento equilibrado é determinado pela tecnologia, taxa de investimento e pela taxa de crescimento populacional.

Com o aumento da taxa de investimento o processo de ajustamento para o novo ponto de equilíbrio pode ser analisado no gráfico 2.

Gráfico 2 - O gráfico de Solow com aumento de investimento



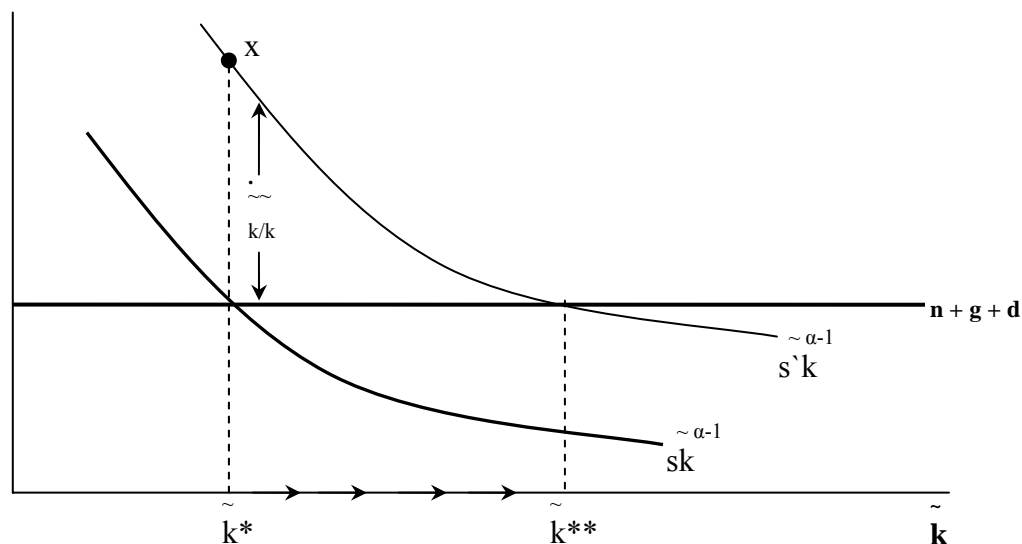
Fonte: Jones (2000)

Como ilustra o gráfico 2, em  $\tilde{K}^*$  o aumento na taxa de investimento dinamiza o crescimento da economia temporariamente enquanto se transita para um novo estado estacionário  $\tilde{K}^{**}$ .

Uma vez que  $g$  é constante, o crescimento mais rápido de  $\tilde{K}$  ao longo da trajetória de transição implica que o produto por trabalhador aumenta mais rápido do que a tecnologia  $Y'/Y > g$ .

Esse crescimento mais veloz continua até que a razão produto – tecnologia alcance  $\tilde{K}^{**}$ . Neste ponto, o crescimento retorna o seu nível de longo prazo  $g$ .

Gráfico 3 - Efeito de um aumento na taxa de investimento



Fonte: Jones (2000)

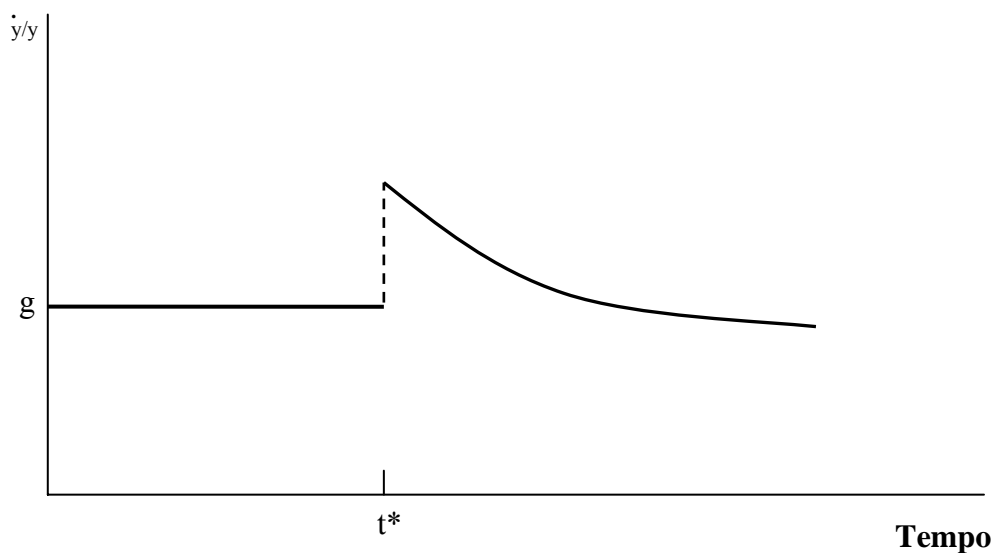
O gráfico 3 ilustra a dinâmica da transição em relação a um aumento na taxa de investimento. Uma vez que  $g$  é constante, o crescimento mais rápido de  $\tilde{K}$  ao longo da trajetória de transição implica que o produto por trabalhador aumenta mais rapidamente do que a tecnologia.

O modelo de Solow recorre às diferenças nas taxas de investimento e nas taxas de crescimento populacional. O segredo do crescimento sustentado apresentada pelo modelo está na tecnologia, sem o progresso tecnológico o crescimento per capita acabará assim que se apresentarem os retornos decrescentes ao capital.

De acordo com Jones (2000, p. 3):

Algumas economias crescem rapidamente e outras simplesmente não crescem. Por fim, muitas economias – na verdade, a maioria – se situa entre os dois extremos. Ao pensar em crescimento econômico, é útil começar considerando os casos extremos: os ricos, os pobres e aqueles que se movem rapidamente entre eles.

Gráfico 4 - Efeito de um aumento na taxa de investimento sobre o crescimento



Fonte: Jones (2000)

No longo prazo, o nível do produto per capita da economia é então influenciado pela taxa de poupança, pelo nível da tecnologia e, negativamente, pela taxa de crescimento populacional e pela taxa de depreciação física do estoque de capital.

A relação das diferenças da taxa de riqueza entre economias no qual é necessário aumentar a taxa de poupança (e a taxa de investimento) da economia. Países com menor crescimento demográfico tenderão ser mais ricos. Entre países que possuam mesmas taxas de poupança e de crescimento populacional, aqueles que estão longe do seu valor de longo prazo de fato apresentarão maiores taxas de crescimento, convergindo mais rapidamente para o nível de produto de longo prazo, esta hipótese é chamada na literatura econômica de convergência.

## 1.2 DISCUSSÃO DO MODELO

Na ótica de tornar o progresso tecnológico endógeno e de explicar o crescimento econômico, Romer (1986) supôs que o processo de acúmulo do capital físico gera conhecimento tecnológico que transborda para toda a economia e eleva o estoque de capital humano *per capita*, assim como a produtividade individual do trabalho.

Em 1992, é publicado "A Contribution to the Empirics os Economic Growth", um importante artigo de Gregory Mankiw, David Romer e David Weil (1992) que avalia as implicações empíricas do modelo de Solow e conclui que ele apresenta um bom desempenho. Observaram, então, que o ajustamento do modelo poderia ser melhorado ao incluir o capital humano, isto é, ao reconhecer que a mão-de-obra de diferentes economias tem diferentes níveis de instrução e qualificação. Imagine que o produto,  $Y$ , de uma economia é obtido por uma combinação de capital físico,  $K$ , e de trabalho qualificado,  $H$ , e a tecnologia aumentadora de trabalho representada por,  $A$ ,  $Y = K^\alpha (AH)^{1-\alpha}$ .

A função de produção no modelo de Mankiw, Romer e Weil, assumem a seguinte forma:  $Y_t = K_t^\alpha H_t^\beta (A_t L_t)^{1-\alpha-\beta}$ , onde  $H_t$ ,  $K_t$ ,  $A_t$  e  $L_t$  representam respectivamente o estoque de capital humano, capital físico, a tecnologia e a força de trabalho no momento  $t$ . Mankiw, Romer e Weil (1992), retornam ao estudo clássico realizado em 1956 por Solow sobre o crescimento econômico. Ambos os modelos assumiram uma função de produção que segue o padrão neoclássico.

Em Mankiw *et al* (1992) assume-se o modelo de Solow ampliado, onde se considera o capital humano como fator de produção.

$$Y = f(K, H, AL)$$

Onde,  $Y$  é o produto,  $K$  o estoque de capital físico,  $H$  é o estoque de capital Humano,  $A$  é o nível tecnológico e  $L$  a força de trabalho.

Os modelos de crescimento endógeno constituem um bom referencial para se mensurar e analisar a importância do capital humano como um fator determinante do crescimento de longo prazo.

Um estudo pioneiro das diferenças nas taxas de crescimento entre países foi elaborado por Robert J. Barro “Economic Growth in a Cross Section of Countries” publicado em maio de 1991.

Os resultados deste estudo apresentaram convergência entre os níveis de renda dos estados dos Estados Unidos e entre as regiões da Europa Ocidental, no entanto, no mundo em geral, a convergência não foi uniforme.

De acordo com Blanchard (2001) países atrasados tendem a crescer mais rápidos que os países desenvolvidos, a fim de fechar o hiato entre os dois grupos, esse fenômeno de superação é denominado convergência.

A convergência entre níveis de produto *per capita* não é um fenômeno mundial. Muitos países asiáticos estão se aproximando com rapidez dos países mais avançados, mas a maioria das nações africanas apresenta tanto níveis de produto per capita quanto taxas de crescimento muito baixas. Gordon (2000, p. 207)

No mesmo sentido, vários países da África e alguns dos países mais pobres da Ásia ficaram ainda mais para trás dos países avançados nos últimos 50 anos, e os níveis de renda relativa dos principais países latino-americanos caíram em comparação aos da Europa Ocidental e dos EUA.

À medida que uma economia acumula muito capital, o rendimento deste tende a diminuir e, portanto, a remuneração do capital tende a cair, induzindo as pessoas a acumular menos capital, ou seja, investir menos. Por outro lado, em uma economia com pouco capital o efeito contrário ocorre, qual seja, o rendimento do capital deve ser alto de forma a induzir as pessoas a acumular capital e o hábito do investimento.

Desta forma, à medida que uma economia torna-se mais rica, sua taxa de crescimento, em unidades de eficiência, torna-se menor. A hipótese da



convergência diz que a taxa de crescimento de uma economia relaciona-se de forma inversa com a renda.

No extremo esta hipótese corresponde dizer que, no longo prazo, a renda de todos os países deverá se igualar.

Segundo Gordon (2000) a hipótese de convergência de renda per capita pode ser resumida como uma possível de diminuição progressiva no tempo das diferenças entre as rendas relativas entre as economias ricas e pobres.

A convergência é uma das principais previsões do modelo neoclássico de crescimento proposto por Solow (1957), sendo uma consequência do pressuposto da existência de retornos decrescentes para os fatores de produção.

O modelo de Solow tem grande importância para estudos relacionados ao crescimento, principalmente sobre a ótica do progresso tecnológico e também sobre a perspectiva de que a taxa de crescimento no longo prazo convergir para um valor do estado estacionário.

Segundo Barreto e Gondim (2004) a velocidade de convergência seria proporcional à distância que a economia se encontrasse de seu estado estacionário. Em uma situação hipotética, duas economias com mesmos parâmetros, e, portanto mesmo estado estacionário, cresceriam mais rápido aquela que estivesse mais distante do estado estacionário comum. Em outras palavras, desde que houvesse controle nas diferenças entre os parâmetros das economias, surgiria um padrão no qual as economias mais pobres cresceriam mais rápido que as mais ricas, tendendo, no limite, a desaparecer a diferença de renda entre elas.

No entanto, se os países diferem de suas características iniciais, o modelo infere que crescerão mais rápido os países que estiverem mais distantes do seu próprio nível de renda per capita de longo prazo (convergência condicional), o qual pode não ser adequado para sustentar níveis satisfatórios de crescimento.

Os trabalhos baseados no modelo de Solow para o Brasil costumam se direcionar no caso regional. Alguns autores têm achado evidência de retornos decrescentes para o fator capital, ou seja, as regiões menos desenvolvidas do país crescem mais rapidamente do que regiões mais ricas. Dentre alguns trabalhos já realizados podemos citar: Figueirêdo, Noronha & Viegas (2003), para a década de 1990 e Menezes Filho, Azzoni, Menezes & Silveira (1999), para o período 1981-1996.

Na década de 1990, segundo Figueirêdo, Noronha & Viegas (2003), os estados que mais cresceram apresentaram maior nível de escolaridade, diminuição da mortalidade infantil, maior densidade demográfica, proximidades de fortes mercados dentre outros. Figueiredo (2004)

Menezes Filho, Azzoni, Menezes & Silveira Neto (1999), usando dados da PNAD para 19 estados brasileiros, para o período 1981-1996, observam que, nos estados que mais se desenvolveram, os domicílios apresentavam uma melhor infra-estrutura (esgoto, abastecimento de água, adequada coleta de lixo, maior quantidade de domicílios urbanos e em metrópoles), maior capital humano (educação do chefe, do cônjuge, das crianças, maiores participações na força de trabalho do chefe e do cônjuge (e menor infantil), maior expectativa de vida).

Barreto e Gondim (2004) analisaram a convergência entre estados, mesorregiões, microrregiões e municípios usando estimações de densidade de probabilidade e de núcleo estocástico. Considerando as unidades federativas, no período de 1950 a 2000. Os autores verificam instabilidade no processo de convergência e encontram evidências de convergência condicional ao nível de escolaridade e à localização geográfica.

Esta hipótese de que as economias pobres tendem a crescer, em termos per capita, mais rapidamente do que as economias ricas (sem serem consideradas outros referenciais ou características das economias) são denominadas de Convergência Absoluta.

A hipótese básica da convergência absoluta apresenta que os rendimentos per capita dos países convergem no longo prazo,

independentemente das suas condições iniciais; enquanto a hipótese de convergência condicional os rendimentos per capita de países que sejam idênticos nas suas características estruturais (tecnologias, crescimento da população, políticas governamentais, etc.) convergem no longo prazo, independentemente das suas condições iniciais.

Nos modelos de Solow (1956) e Swan (1956), as economias menos desenvolvidas, no longo prazo, alcançaram o mesmo nível de renda das economias ricas. Os retornos decrescentes dos fatores de produção fazem com que as economias ricas cresçam a uma velocidade menor do que as pobres. Para tanto, a plena mobilidade de capital e trabalho aceleraria a correlação das desigualdades ocasionando uma maior dinâmica do capital em busca de regiões mais pobres onde conseguiriam retornos maiores.

Barro (1991), utilizando dados de Summers e Heston (1988), verificou a existência de convergência condicional para 98 países, no período de 1960 a 1985 rejeitando a hipótese de convergência absoluta.

Barro e Sala-i-Martin (1991) verificam a existência de convergência absoluta entre os estados dos Estados Unidos, as prefeituras Japonesas e as regiões européias. Apesar de gerar polêmica em relação aos seus fundamentos estatísticos e teóricos, as regressões de Barro são aplicáveis e servem de modelo para a literatura econômica.

Quah (1996) realizou um estudo da análise dos modelos de crescimento e dinâmica de seus picos de crescimento, foi encontrada uma polarização de clubes de convergência entre países ricos e pobres.

Quah (1997) e Jones (1997), utilizando estimativas para a função densidade de probabilidade da renda per capita, evidenciam um processo de formação de uma distribuição bimodal, caracterizando a ocorrência de polarização entre os países e a formação de clubes de convergência. Quah (1993) utiliza metodologias alternativas para hipótese de convergência, estimando funções de probabilidade não-paramétricas e matrizes de transição de Markov.

Neste trabalho utilizamos à hipótese de convergência absoluta para analisar a situação de bem estar numa perspectiva restrita ao caso dos municípios cearenses.

## 2. ÍNDICE DE DESENVOLVIMENTO HUMANO - IDH

A preocupação com as condições do desenvolvimento humano nas diversas regiões do planeta vem se tornando uma constante, principalmente nos últimos 30 anos, diante das profundas desigualdades sociais que ainda se fazem presentes no cenário mundial.

Tradicionalmente, a mensuração da riqueza dos países tem sido avaliada com base no Produto Interno Bruto (PIB), ou seja, a partir de sua situação econômica. A partir de 1990, as Nações Unidas começaram a tomar como base outro indicador, o Índice de Desenvolvimento Humano (IDH), que permite comparar o nível de desenvolvimento dos mais diferentes países.

O conceito de Desenvolvimento Humano parte do pressuposto de que para aferir o avanço de uma população não se deve considerar apenas a dimensão econômica, mas também outras características sociais, culturais e políticas que influenciam a qualidade da vida humana. O IDH é um indicador que traduz a qualidade de vida de uma população, sendo considerado uma medida fiel de bem estar.

O índice é baseado no cálculo de indicadores da educação, renda per capita e expectativa de vida. Hoje, o IDH é calculado em 175 nações, das 191 que fazem parte da ONU.

Para se realizar o IDH no Brasil, é necessário o trabalho conjunto do Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento (PNUD), o Instituto de Pesquisas Econômicas e Aplicadas (IPEA) e a conceituada Fundação João Pinheiro, localizada em Minas Gerais.

O Brasil apesar de não acompanhar o crescimento econômico das nações desenvolvidas, aos poucos vai melhorando seus Índices de Desenvolvimento Humano.

No ranking divulgado pela Organização das Nações Unidas – ONU no ano de 2003 com 175 países, o Brasil ocupou a 65ª colocação. Os índices que se destacaram foram: Longevidade e Educação. Só o índice educação foi responsável por 60,78% do acréscimo do IDH no Brasil entre 1991 e 2000.

## 2.1 ÍNDICE DE DESENVOLVIMENTO MUNICIPAL - IDH-M

Para se aferir níveis de desenvolvimento em municípios ou em núcleos sociais menores, os indicadores levados em conta são o do índice de desenvolvimento humano municipal - IDH-M, apesar de medir os mesmos fenômenos do IDH.

- **Educação (IDH-E)** – São avaliados dois indicadores com pesos distintos:
  - Que corresponde à taxa de alfabetização de pessoas acima de 15 anos de idade, com peso dois, referindo-se ao percentual de pessoas capazes de escrever um bilhete simples.
  - Corresponde à taxa bruta de frequência à escola, indicador com peso um que é resultante do somatório de pessoas, independente da idade, que freqüentam os cursos fundamentais, secundário e superior, em uma população na faixa de 7 a 22 anos de idade.
- **Longevidade (IDH-L)** – o IDH-M e o IDH global utilizam a esperança de vida ao nascer, que apresenta a média de anos que uma população local deve viver considerando as condições de mortalidade constantes.
- **Renda (IDH-R)** - Neste caso utiliza-se a renda municipal per capita (valores do censo) somando-se a qualquer renda obtida

pelos moradores do município (salários, aposentadorias, transferências governamentais etc.). Esse somatório é dividido pelo número total de habitantes do município.

De acordo com Infante (2006) entre os mil municípios com menor IDH-M (uma adaptação do IDH aos indicadores regionais brasileiros do Brasil), 715 são afetados pelos efeitos da desertificação.

Os municípios nas regiões semi-áridas, as mais afetadas pelos efeitos da desertificação, são os mais defasados no que se refere ao desenvolvimento humano. A relação dos municípios com alto índice de aridez abrange todos os estados nordestinos.

Na mesma ótica, municípios com menor IDH-M (Índice de desenvolvimento municipal) apresentam taxas de analfabetismo consideráveis combinadas com outros fatores, tais como: desemprego, sistema de saúde ineficiente, baixa renda *per capita*, etc. (IPECE - IDH-M, 2002).

## 2.2 O IDH-M NO CEARÁ

O estado do ceará apresentou um grande salto em posições no ranking do IDH no ano de 1991 a 2000. No requisito renda, o estado ocupou a 8ª colocação em variação de percentuais, sendo o índice que menos cresceu, passou de 0,561 em 1991 para 0,616 em 2000.

No índice educação, confirma-se um crescimento percentual de 27,9% ao passar de 0,604 em 1991 para 0,772 em 2000, ocupando a 4ª posição em variação no ranking.

Em relação à longevidade, o ceará apresentou uma variação de 13%, ao passar de 0,627 em 1991 para 0,709 no ano 2000. No entanto essa situação não é homogênea, o estado do ceará é constituído de 184 municípios e grande parte situa-se em um processo de estagnação de desenvolvimento.

Os municípios com menores índices de desenvolvimento encontram-se distribuídos nas regiões Norte, Litoral Oeste, Sertão Central e Sertão dos Inhamuns.

Apresentamos uma amostra com 11 de 184 municípios e seus respectivos índices e ranking de desenvolvimento humano municipal em 1991.

Tabela 1 - IDH-M de 11 Municípios do Estado do Ceará

<b>MUNICÍPIOS</b>	<b>IDH-M 1991</b>	<b>RANKING</b>
Fortaleza	0,717	1º
Maracanaú	0,633	2º
Pacatuba	0,622	3º
Jaguaruana	0,543	38º
Penaforte	0,543	39º
São L. do Curú	0,543	40º
Trairi	0,510	80º
Senador Sá	0,491	119º
Choró	0,430	178º
Salitre	0,414	183º
Barroquinha	0,403	184º

Fonte: IPEA

Analisando a tabela 1, podemos concluir que existem grandes diferenças entre os indicadores municipais. De acordo com ranking da tabela 1, Choró, Salitre e Barroquinha caracterizam-se por municípios “pobres”, enquanto, Fortaleza, Maracanaú e Pacatuba são considerados municípios desenvolvidos “ricos” e apresentam os melhores índices em 1991.

Em seguida será apresentado um quadro com a classificação dos municípios no tocante ao seu índice de desenvolvimento municipal, tendo como base os anos de 1991 e 2000. Serão configurados os dez melhores índices e os dez piores ao longo de dez anos.



Tabela 2 - Os 10 maiores índices de IDH-M dos Municípios do Ceará do ano de 1991 e 2000.

<b>Município</b>	<b>Ranking IDH-M 1991</b>	<b>IDH-M 1991</b>	<b>Ranking IDH-M 2000</b>	<b>IDH-M 2000</b>
Fortaleza	1º	0,717	1º	0,786
Maracanaú	2º	0,633	2º	0,736
Pacatuba	3º	0,622	4º	0,716
Crato	4º	0,616	5º	0,716
Caucaia	5º	0,611	3º	0,721
Limoeiro do Norte	6º	0,609	6º	0,711
Russas	7º	0,599	8º	0,698
Juazeiro do Norte	8º	0,596	10º	0,697
Iguatú	9º	0,592	12º	0,692
Barbalha	10º	0,591	14º	0,687

Fonte: IPEA

Os dez municípios com maiores IDH-M(1991) foram: Fortaleza (0,717), Maracanaú (0,633), Pacatuba (0,622), Crato (0,616), Caucaia (0,611), Limoeiro do Norte (0,609), Russas (0,599), Juazeiro do Norte (0,596), Iguatú (0,592) e Barbalha (0,591).

O município de Fortaleza apresenta a 1º colocação no ranking em 1991 com o índice de 0,717 e no ano de 2000 com a colocação novamente de 1º lugar com o índice de 0,786.

Fortaleza, a capital do estado, se apresenta como a quinta maior cidade do país em termos de população que cresce em ritmo acelerado e o crescimento populacional se entrelaçam à ascensão econômica.

De acordo com o Instituto de Pesquisa e Informação do Ceará (Iplance), de 1995 a 1998, o PIB do município saltou de 5,527 para 7,197 bilhões de

reais, com uma maior dinâmica para o setor de serviços, responsável por mais de 63% desse montante.

Segundo Cláudia (2002) é visível o crescimento econômico de Fortaleza, contudo, também é inegável o cotidiano do desemprego que subiu 12,39% em apenas um ano, o grande déficit alarmante nos serviços de saúde e saneamento básico, além de uma péssima estrutura de distribuição de renda que se apresenta como uma teia de relações díspares e excludentes.

De acordo com o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), a diferença entre a renda dos 10% mais ricos e os 10% mais pobres chega a 49,62 vezes, a vida média do cearense é de 66,1 anos e a maioria absoluta (94,8%) dos 40% habitantes mais pobres da cidade não possui plano de saúde.

A Secretaria da Educação do Estado (Seduc) aponta que mais de 98% das crianças fortalezenses foram matriculadas em 2002. Segundo a Coordenadoria Municipal de Educação, a taxa de evasão escolar no ano passado foi de 12,7% e 10,26% dos alunos tiveram que ser matriculados em turmas de aceleração para diminuir a defasagem entre a idade e a série que estão cursando (Anuário do Ceará 2002).

A realidade do IDH-M do estado do Ceará para o ano de 1991 apresenta pouca diferença relativa em relação ao ano de 2000. Os dez municípios com maiores índices em 2000 foram: Fortaleza (0,786), Maracanaú (0,736), Caucaia (0,721), Pacatuba (0,716), Crato (0,716), Limoeiro do Norte (0,711), Sobral (0,698), Russas (0,698), Tabuleiro do Norte (0,698), Juazeiro do Norte (0,697). No entanto ao longo de dez anos, apenas Sobral e Tabuleiro do Norte entraram para a lista dos dez melhores índices municipais, enquanto Iguatú e Barbalha caíram de posição.

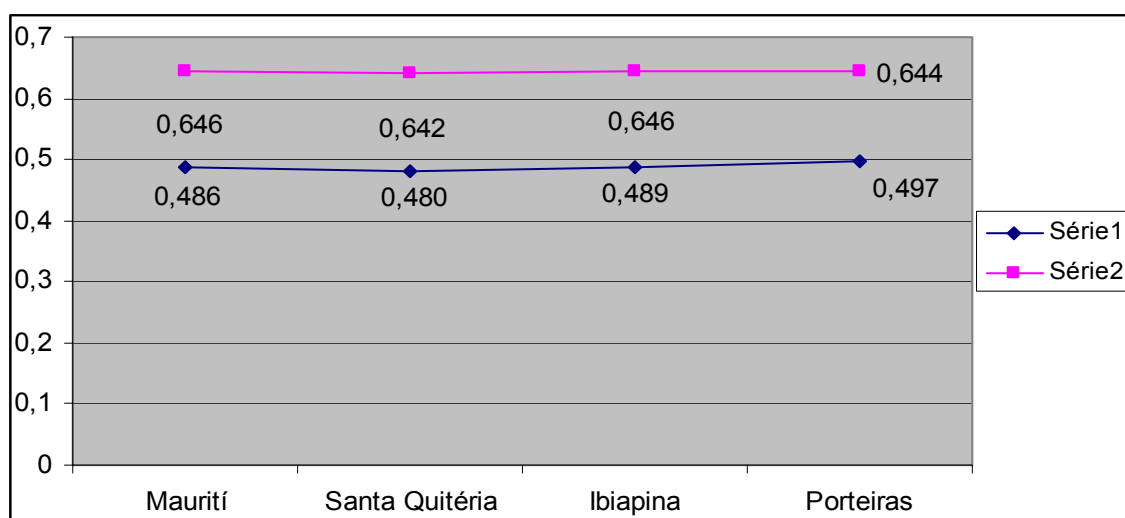
Tabela 3 – Os 10 menores índices de IDH-M dos Municípios do Ceará do ano de 1991 e 2000.

Município	Ranking IDH-M 1991	IDH-M 1991	Ranking IDH-M 2000	IDH-M 2000
Araripe	175	0,441	165	0,584
Croata	176	0,440	182	0,557
Granja	177	0,436	183	0,554
Choró	178	0,430	176	0,570
Poranga	179	0,430	149	0,597
Tarrafas	180	0,425	175	0,570
Graça	181	0,424	158	0,593
Saboeiro	182	0,419	180	0,561
Salitre	183	0,414	181	0,558
Barroquinha	184	0,403	184	0,551

Fonte: IPEA

Em relação aos dez menores índices, Barroquinha apresenta a pior classificação em 1991 e 2000, com os índices de 0,403 e 0,551 respectivamente. Ao longo de dez anos nenhuma evolução foi realizada dentro do município com intuito de melhorar o bem estar da sociedade que lá reside.

Gráfico 5 - Municípios com melhores crescimentos em posições do IDH-M, ano de 1991 a 2000.



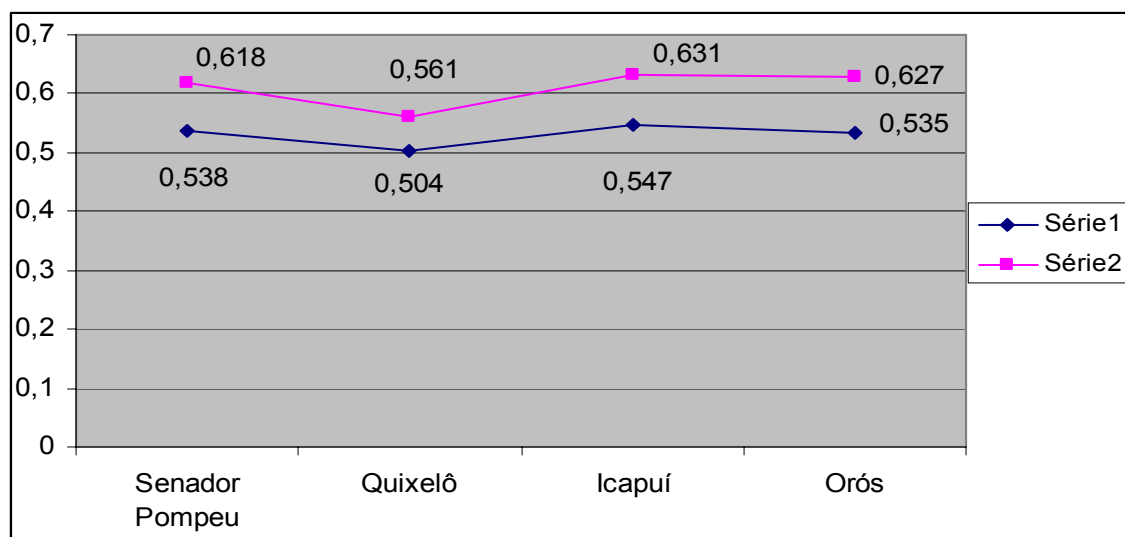
Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados do IPEA Série1= 1991 Série 2= 2000

Em relação ao crescimento do IDH-M em posições, destacamos o município de Mauriti, que em 1991 tinha seu índice de 0,486 e ocupava a 130ª colocação no ranking municipal e no ano de 2000 apresentou seu índice de 0,646 passando para a 57ª colocação, tendo sido o município cearense que mais cresceu em posições. Em seguida vem o município de Santa Quitéria acompanhado de Ibiapina e Porteiras.

Em relação ao decréscimo entre posições do IDH-M, a figura nove apresenta os quatro municípios que mais perderam posições de 1991 a 2000.

O município de Senador Pompeu saiu em 1991 da 70ª posição do ranking com índice de IDH-M 0,538, para 116ª colocação com 0,618, seguido por Quixelô que saiu da 97ª colocação para 179ª posição em 2000, Icapuí de 32ª posição para 93ª colocação em 2000 e Orós, que decresceu 50ª posição em 1991 para 103ª colocação em 2000 no ranking municipal.

Gráfico 6 - Municípios com maiores decréscimos em posições do IDH-M, ano de 1991 a 2000.



Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados do IPEA Série1= 1991 Série 2= 2000

Nessa perspectiva, a maioria dos municípios do estado do Ceará se encontra em níveis de baixo desenvolvimento. De acordo com o gráfico 6, verificamos que existem diferenças alarmantes em relação aos índices de

desenvolvimento municipais. É de fundamental importância à análise da situação de heterogeneidade do desenvolvimento entre os municípios cearenses.

De acordo com Marinho e Neto (1998, p. 3)

O IDH sofre influência não apenas dos gastos públicos como também da taxa de urbanização, da riqueza do município e de um índice de concentração de renda. A inclusão deste índice de concentração justifica-se pela necessidade de qualificar a influência do indicador de riqueza.

A relevância dessa questão está ligada não só ao desempenho do IDH-M como indicador que traduz os níveis de bem estar social, mas também a influência da situação sócio-econômica e da estrutura de aplicação de recursos por parte do setor público, que deve ser um ponto de grande importância no combate das ineficiências dos avanços municipais.

### 3. PROCEDIMENTO METODOLÓGICO

Este estudo foi elaborado com base nos dados do censo demográfico do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE que foram compilados e apresentados pelo Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA) dos anos de 1991 e 2000.

Existem vários métodos para analisar a convergência entre regiões ou países quanto aos níveis de uma variável como PIB *per capita*, IDH-M, etc.

Neste trabalho foi utilizada para se estimar as probabilidades de mobilidade e analisar a hipótese de convergência a matriz de transição de Markov (1906). O processo de transição de markov permite não só analisar se está havendo convergência entre os municípios cearenses, mas também apresentar para cada ano de análise 1991 e 2000, uma distribuição que possibilite a mobilidade de municípios entre classes.

De acordo com o IBGE, as variáveis do IDH-M são expressas em uma escala que varia de 0 a 1. Quanto mais baixo o índice, piores são as condições de vida; quanto mais próximo de 1, mais elevada é a qualidade de vida da população.

Em geral, países e regiões são divididos em três categorias:

- **baixo desenvolvimento humano:** IDH menor que 0,500
- **médio desenvolvimento humano:** IDH entre 0,500 e 0,799
- **alto desenvolvimento humano:** IDH de 0,800 ou mais.

Neste trabalho não foi utilizado os intervalos sugeridos pelo IBGE, porque um valor muito grande faz com que haja muitas observações em cada intervalo, diminuindo a variância da estimativa, causando deformações nos resultados.

Com muitas observações em cada intervalo o histograma não é adequado, uma dimensão pequena reduz o viés da estimativa, mas aumenta a sua variância (Pagan e Ullah, 1999).

### 3.1 MATRIZ DE TRANSIÇÃO DE MARKOV

O processo de Markov é um processo estocástico onde as distribuições de probabilidade para o seu desenvolvimento futuro, dependem somente do estado presente.

A cadeia de Markov é amplamente utilizada em diversas áreas da ciência e sua aplicação na teoria do crescimento econômico é bastante útil para analisar a hipótese de convergência e também a transição de estados ao longo do tempo.

De acordo com Souza (2002) os processos markovianos são modelados formalmente pelos modelos de Markov, são sistemas de transições de estados, onde os estados são representados em termos de seus vetores probabilísticos, que podem variar no espaço temporal (discreto ou contínuo) e as transições entre estados são probabilísticas e dependem apenas do estado corrente.

Conforme Souza (2002, p. 1)

Se o espaço de estados é discreto (enumerável), então o modelo de Markov é denominado de cadeias de Markov. As propriedades desses modelos são estudadas em termos das propriedades das matrizes de transições de estados que são utilizadas na sua descrição.

Sobre uma modelagem discreta das matrizes de transição de Markov, suponhamos que a probabilidade da variável " $s_t$ " assumir algum valor particular " $j$ " dependa somente do valor passado " $s_{t-1}$ " conforme a seguinte equação:

$$P\{s_t = j \mid s_{t-1} = i, s_{t-2} = k, \dots\} = P\{s_t = j \mid s_{t-1} = i\} = P_{ij}$$

Este processo é descrito como uma cadeia de Markov de primeira ordem com n-estados.

Considere uma cadeia de Markov com estados 1, 2,..., N. Seja  $p_{ij}$  a probabilidade de transição do estado  $i$  para o estado  $j$ . Então a matriz  $N \times N$   $P = [p_{ij}]$  denomina-se matriz de transição de cadeia de Markov.

Podemos construir o que é chamado de matriz de transição, onde a linha “ $i$ ” e a coluna “ $j$ ” são as probabilidades de que o estado “ $j$ ” será sucedido pelo estado “ $i$ ”.

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{n1} & P_{n2} & \dots & P_{nn} \end{bmatrix}$$

Um processo de Markov fica completamente definido se for dada a sua matriz de transição e o seu estado inicial  $X_0$  (ou, mais geralmente, a distribuição de probabilidade de  $X_0$ ). Um processo estocástico é dito ser um processo Markoviano se:

$$\begin{aligned} & P\{X(t_{K+1}) \leq X_{K+1} \mid X(t_K) = X_K, X(t_{K-1}) = X_{K-1}, \dots, X(t_1) = X_1, X(t_0) = X_0\} = \\ & = P\{X(t_{K+1}) \leq X_{K+1} \mid X(t_K) = X_K\} \text{ para } t_0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_K \leq t_{K+1} = 0, 1, 2, \dots \text{ e toda a} \\ & \text{seqüência } K_0, K_1, \dots, K_{t-1}, K_t, K_{t+1} \end{aligned} \quad (1)$$

A expressão 1 pode ser interpretada pela probabilidade condicional de qualquer evento futuro, dado qualquer evento passado e o estado presente



$X(t_K) = X_K$ , é independente do evento passado e depende somente do estado presente. Um processo estocástico é dito ser Markoviano se o estado futuro depende apenas do estado presente e não dos passados.

As probabilidades condicionais  $P\{X(t_{K+1}) = X_{K+1} \mid X(t_K) = X_K\}$  são denominadas probabilidades de transição e representam, portanto, a probabilidade do estado  $t_{K+1}$  dado o estado  $X(t_K) = X_K$  no instante  $t_K$ .

Se a cadeia de Markov tem três estados:  $P(k) = \{p_{ij}(k)\}$ ,  $i, j = 0, \dots, K-1$ . No caso de  $K = 3$ , a matriz de transição pode ser representada assim:

$$P(K) = \begin{bmatrix} p_{11}(K) & p_{12}(K) & p_{13}(K) \\ p_{21}(K) & p_{22}(K) & p_{23}(K) \\ p_{31}(K) & p_{32}(K) & p_{33}(K) \end{bmatrix}$$

Observa-se que,  $\sum_{j=0}^{K-1} p_{ij}(K) = 1$ , implicando que a soma de todos os elementos de uma mesma linha de  $p$  deve ser igual a 1.

Uma maneira alternativa de representar as probabilidades de transição é utilizar uma representação gráfica denominada diagrama de transição de estados.

Usando a Notação  $Pr \{X_k = sj \mid X_{k-1} = si\} = p_{ij}(k)$  a matriz de transição abaixo aplica-se para  $K = 3$  estados possíveis e para um instante  $K$  ( $S_0, S_1$  e  $S_2$ ).

A matriz de transição  $K$  é apresentada por:

$$P(K) = \begin{bmatrix} p_{00}(K) & p_{01}(K) & p_{02}(K) \\ p_{10}(K) & p_{11}(K) & p_{12}(K) \\ p_{20}(K) & p_{21}(K) & p_{22}(K) \end{bmatrix}$$

A partir de uma amostra ordenada, estratificam-se os elementos em classes tendo como base seu período inicial e no período final. A dinâmica de

transição dos elementos da amostra, entre dois períodos, define as probabilidades descritas pela matriz de Markov. Os elementos que compõe a matriz são estabelecidos computando-se as probabilidades condicionais de estar em alguma classe no período final, dada à classe no início do processo.

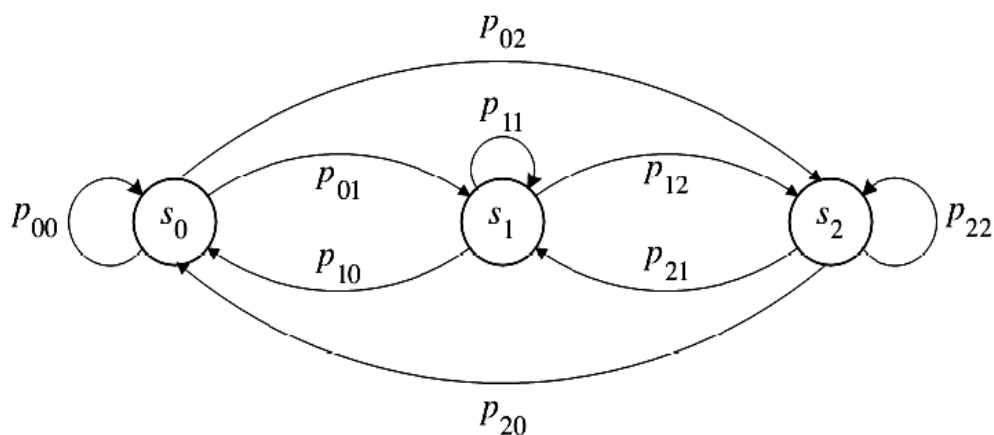
Tabela 4 - Probabilidades de transição do passo  $K$

	$S_0$	$S_1$	$S_2$
$S_0$	$P_{00}(K)$	$P_{01}(K)$	$P_{02}(K)$
$S_1$	$P_{10}(K)$	$P_{11}(K)$	$P_{12}(K)$
$S_2$	$P_{20}(K)$	$P_{21}(K)$	$P_{22}(K)$

Fonte Própria

Para a matriz da tabela 4, foi montada o diagrama de transição de estados para os instantes ( $S_0, S_1$  e  $S_2$ ). Na figura 1 os sentidos das flechas indicam a probabilidade de transição de um estado  $i$  para um estado  $j$ .

Figura 1 – Diagrama de transição de estados



Uma das mais importantes características exibidas por muitas cadeias de Markov é um comportamento de equilíbrio em longo prazo. Em outras palavras, “depois de um longo tempo”, a distribuição da cadeia de Markov permanece aproximadamente a mesma de período em período de tempo. Isso significa que, em longo prazo, as probabilidades de o sistema estar em cada um dos vários estados pouco ou nada variam à medida que o tempo passa.

### 3.2 PROCEDIMENTO PARA ESTIMAÇÃO DOS GRUPOS DAS MATRIZES

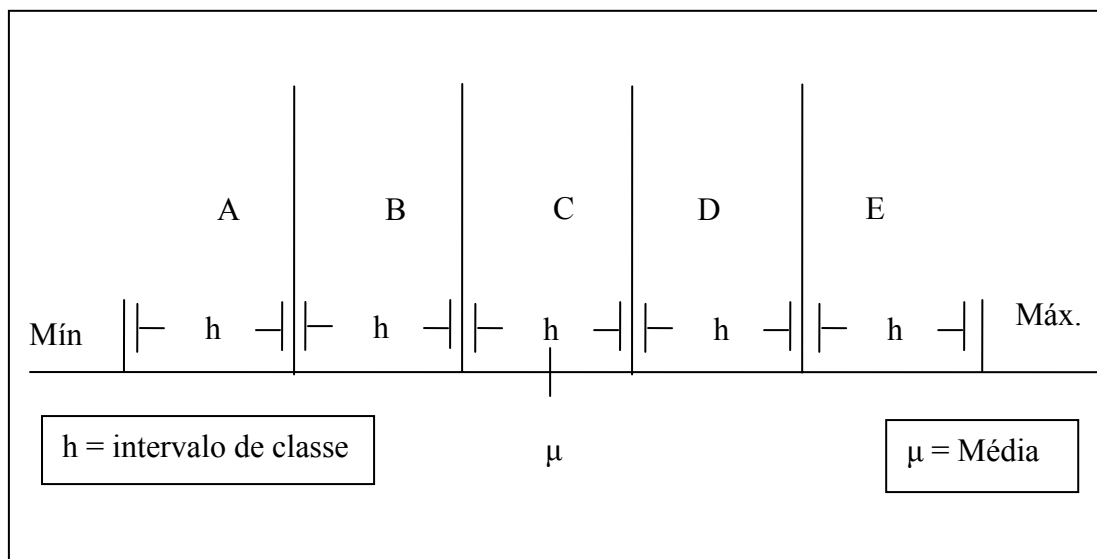
Para construir os valores das matrizes, primeiramente montamos a estrutura de classes necessária para estabelecer a dimensão dos índices que por sua vez determinará os grupos de municípios.

Devroye e Györfi (*apud* Magrini, 1999, p.264) concluem que, quando a distribuição é normal, o valor ótimo do intervalo de classe seria dado por  $h = 2,72 \, sn^{-1/3}$ , sendo  $h$  a dimensão do intervalo,  $s$  o desvio-padrão da distribuição e  $n$  o número de observações. De acordo com Magrini (1999) este valor de  $h$  seria adequado mesmo se as observações não seguissem uma distribuição normal.

Portanto esta é a expressão utilizada neste estudo para a estimativa do intervalo de classe:  **$h = 2,72 \, sn^{-1/3}$**

Para fins de desenvolvimento metodológico, é feito o agrupamento da estrutura municipal cearense, que será dividida em cinco classes distintas: grupo A IDH-M (baixo), grupo B IDH-M (médio baixo), grupo C IDH-M (médio), grupo D IDH-M (médio alto) e grupo E IDH-M (alto).

Figura 2 - Agrupamento da Estrutura Municipal do Ceará em Classes



Fonte própria.

A partir dos índices que compõe o IDH-M, de 1991 e 2000, determinamos uma matriz  $M$  de probabilidades de transição dos municípios entre as classes, denominada matriz de Markov.

A matriz de Markov origina um sistema de equações de diferenças,  $F_{t+1} = M F_t$  em que  $F_t$  é a distribuição de mobilidade municipal no tempo  $t$  e  $F_{t+1}$  é a do tempo  $t+1$ . Assim, o sistema de equações, que expressa a evolução da distribuição ao longo do tempo, pode ser representado por:  **$F_{t+1} = M F_t$** .

A solução do sistema informa em termos probabilísticos uma situação de equilíbrio de longo prazo e a hipótese de existência de convergência entre grupos de classes municipais.

A hipótese básica associada a este procedimento é que as probabilidades de transição sejam estacionárias, isto é, que a probabilidade de passagem de uma classe para outra seja invariável com o tempo.

O cálculo da estimativa do tamanho das classes, ou seja, o valor dos  $h$ 's usados para a geração da distribuição das classificações em ambos os períodos foi realizado da seguinte forma: O "h" é o tamanho do intervalo de cada classe e dentro de cada intervalo está distribuído o número de municípios em cada classe. Dessa forma, os cálculos utilizados seguiram o seguinte procedimento:

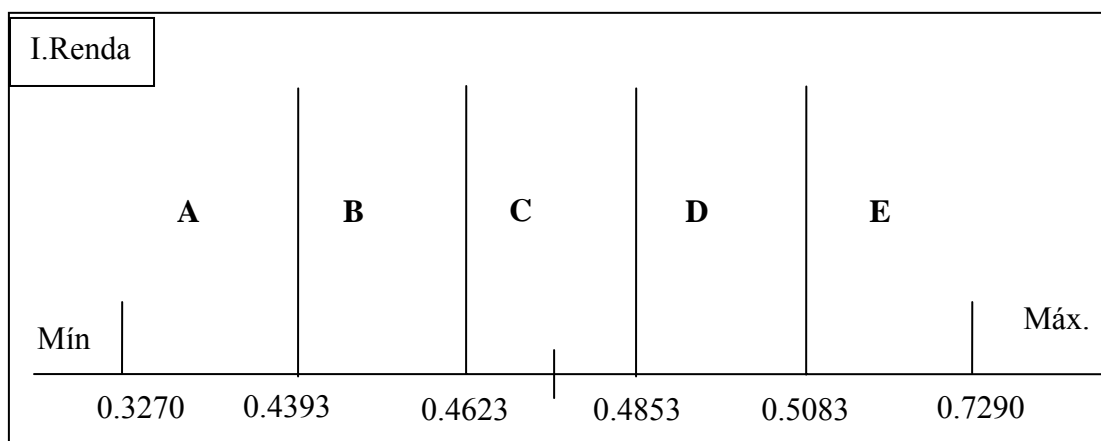
$$h_i = 2,72 sn^{-1/3}$$

$n = 184$  (número de municípios);

$s$  = média dos desvios padrão do índice em  $s_{i,91}$  e do índice em  $s_{i,2000}$ , e  $i$  é o tipo de índice (renda, educação, expectativa de vida e global).

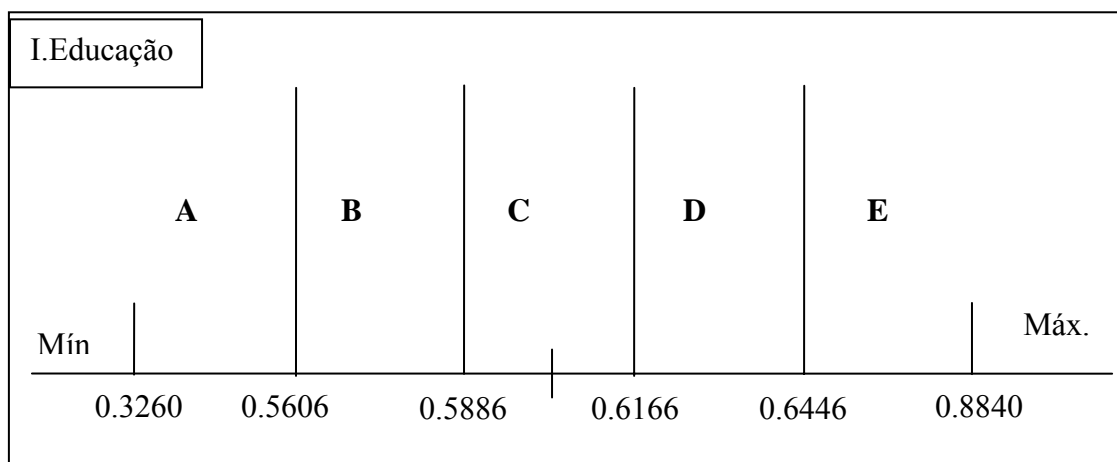
Apresentamos em seguida os intervalos de classe, “pontos de corte” para os quatro tipos de índices que compõe o Índice de Desenvolvimento Humano Municipal do estado do Ceará. A estrutura municipal cearense foi dividida em cinco classes distintas: grupo A IDH-M (baixo), grupo B IDH-M (médio baixo), grupo C IDH-M (médio), grupo D IDH-M (médio alto) e grupo E IDH-M (alto).

Figura 3 - Intervalo de Classe do Índice Renda (IDH-R)



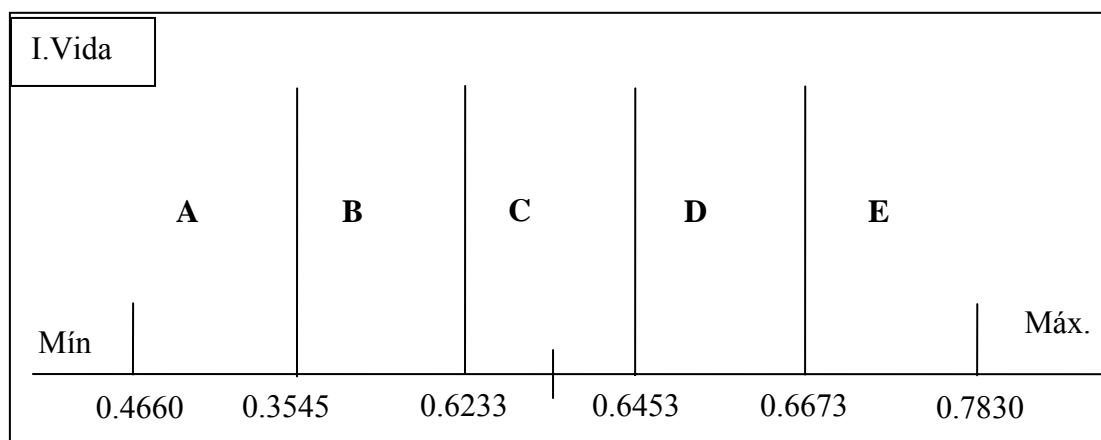
Fonte própria.

Figura 4 - Intervalo de Classe do Índice Educação (IDH-E)



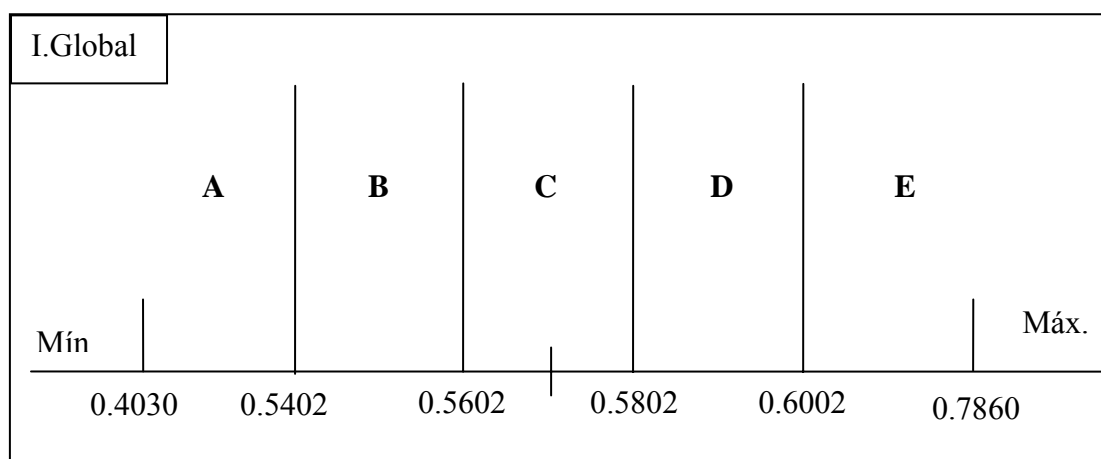
Fonte própria.

Figura 5 - Intervalo de Classe do índice Vida (IDH-L)



Fonte própria.

Figura 6 - Intervalo de Classe do Índice Global (IDH-M)



Fonte própria

## 4. RESULTADO DAS MATRIZES

### 4.1 ÍNDICE RENDA

Tabela 5 - Matriz de Transição de Markov - Índice Renda dos Municípios do Estado do Ceará, 1991-2000.

o \ d	IDH-R Baixo	IDH-R Médio Baixo	IDH-R Médio	IDH-R Médio Alto	IDH-R Alto
IDH-R Baixo	0,6087	0,2391	0,1522	0,0000	0,0000
IDH-R Médio Baixo	0,2857	0,3143	0,2857	0,1143	0,0000
IDH-R Médio	0,1667	0,2222	0,3056	0,2500	0,0556
IDH-R Médio Alto	0,0357	0,1429	0,3929	0,1786	0,2500
IDH-R Alto	0,0000	0,0256	0,0769	0,1795	0,7179

Fonte própria

o – origem d- destino

A primeira análise que podemos concluir do índice renda de acordo com a matriz de transição de Markov, que é incomum um grupo de municípios apresentarem um “boom” em seus índices de renda, ou seja, um período de rápida e elevada expansão.

A matriz de Markov apresenta a análise dos cinco grupos de municípios que compõe o índice renda do estado do Ceará.

O grupo A (IDH-R baixo) apresenta uma grande tendência de permanecer na mesma classificação de origem, tendo em vista que a matriz de transição apresenta 60% de probabilidade de o grupo continuar no mesmo índice de classificação, a priori existe uma estagnação da renda da classe A

(IDH-R baixo). De acordo com a matriz, o grupo A tem 23% e 15% de probabilidade de subir para os níveis B(IDH-R médio alto) e C(IDH-R médio) respectivamente e chance nula de migração para níveis mais elevados D e E.

Em relação ao ponto extremo E (IDH-R alto) constata-se que a probabilidade de migração para o grupo A é nula, probabilidade de apenas 7 % de cair para o grupo C, 17% de migrar para o grupo D e de 71 % de manter-se em seu estado atual.

Nesse sentido, os municípios mais ricos mantêm-se ao longo dos anos mais ricos ou no mesmo patamar de riqueza e os municípios mais pobres tendem a se manter na mesma linha de pobreza.

As probabilidades da matriz apresentam uma tendência de um grupo manter-se em sua classificação de origem, que se repete em todas as classes com mais ou menos intensidade, exceto nos municípios pertencentes ao grupo D(IDH-R médio alto), que apresenta probabilidade de não se manter no seu ponto de origem, gerando uma tendência migratória para classes de níveis inferiores.

Ainda em relação ao grupo D, há uma tendência de maior probabilidade dos municípios migrarem para classificações médias e baixas, ou seja, é caracterizado um achatamento de renda dos municípios da classe média alta com apenas 25 % a probabilidade de crescimento.

Ainda é possível detectar que existe a probabilidade de 39% do grupo D cair para o grupo C(IDH-R médio) contra 25% de subir para o grupo E e 14% de cair ainda mais para o grupo B(IDH-R médio baixo) e 3% de probabilidade de migrar para o grupo IDH-R baixo .

O Grupo C(IDH-R médio), apresenta uma tendência de 25 % de probabilidade de saltar para o grupo D(IDH-R médio alto) contra 22% de cair para o nível B (IDH-R médio baixo), seguido de 16 % de passar para o grupo de IDH-R baixo e 30% de continuar na mesma situação inicial. No grupo C, por se tratar de um grupo bastante descentralizado, existe apenas uma pequena diferença na tendência para o grupo imediatamente superior (grupo D) de



apenas 3 % em relação ao grupo imediatamente inferior (25 % contra 22 %), no entanto essa diferença passa para 11 % quando nos referimos aos dois extremos, grupos A e E com 16% e 5%, respectivamente.

A matriz apresenta uma análise bastante interessante a respeito dos grupos C (IDH-R médio) e D (IDH-R médio alto). Existe uma rotatividade de migração entre esses municípios, ou seja, probabilidades de entrada e saída de municípios entre classes. Do grupo C existe a maior probabilidade (25%) de migração para o grupo D e (39%) a maior probabilidade dos municípios do grupo D migrar para a classe C, caracterizando um ciclo entre eles.

Seguindo as probabilidades, os municípios pertencentes ao grupo B (IDH-R médio baixo) estão apresentando probabilidades iguais de transição entre os grupos A e C com 28% de chance de migração para cada grupo e 31% de probabilidade de manter-se na mesma classificação e apenas 11% de saltar para o nível médio alto D, seguido da probabilidade nula de atingir o grupo E.

A estimação realizada pela matriz de transição apresenta uma situação de grande heterogeneidade dos níveis de renda em relação à classificação dos municípios cearenses, apresentando pouca dinâmica em termos de crescimento.

Os municípios mais ricos mantêm-se ao longo dos anos no mesmo patamar de riqueza e os municípios mais pobres tendem a se manter na mesma classe de pobreza (grupo IDH-R baixo) e no máximo atingir níveis de médio crescimento de renda. O resultado da matriz de Markov para o índice renda apresenta em geral um peso menor na medida de bem estar para o Ceará.

No entanto a desigualdade de probabilidades apresentada pela matriz de Markov para o índice renda pode ser entendida como uma evidência de alguns municípios estarem mais propensos a absorver novos processos de produção ou até mesmo novas diretrizes de políticas públicas e conseguir proporcionar uma melhor distribuição da riqueza para a população de seus municípios. A análise do índice renda, apesar de sua contribuição para o

acréscimo geral do IDH-M, apresenta grandes e concentradas variações quando analisadas em classes individuais. De acordo com a matriz de transição o componente “renda” apresenta pouca relevância para a melhoria do bem estar geral dos municípios do estado do Ceará.

## 4.2. ÍNDICE EDUCAÇÃO

Tabela 6 - Matriz de Transição de Markov – Índice Educação dos Municípios do Estado do Ceará, 1991-2000.

o \ d	IDH-E Baixo	IDH-E Médio Baixo	IDH-E Médio	IDH-E Médio Alto	IDH-E Alto
IDH-E Baixo	0,4348	0,3261	0,1957	0,0435	0,0000
IDH-E Médio Baixo	0,1579	0,3684	0,3421	0,1316	0,0000
IDH-E Médio	0,0333	0,1667	0,6333	0,1333	0,0333
IDH-E Médio Alto	0,0000	0,0000	0,4800	0,5200	0,0000
IDH-E Alto	0,0000	0,0222	0,0889	0,3778	0,5111

Fonte própria

o – origem d- destino

Para aferir a análise de bem estar o índice IDH-E (educação) foi gerada as probabilidades de transição da tabela 6.

Os municípios pertencentes à classe A (IDH-E Baixo) apresentam uma tendência de apenas 32% de migração para nível B (IDH-E Médio Baixo), probabilidade de 19% de passar para o grupo Médio C e 43% de permanecer na mesma classe de classificação.

O Grupo E (IDH-E Alto) permanece com a probabilidade de 51% de continuar na mesma classe de classificação e com tendência de 37% de cair uma classificação passando para o grupo D (IDH-E médio alto).

Em relação ao grupo C (IDH-E Médio), a Matriz de transição apresentou uma migração de municípios para os grupos D (IDH-E Médio Alto) e B (IDH-E Médio Baixo), 13% e 16% respectivamente. Apesar de apresentar 63% de probabilidade do grupo C (IDH-E Médio) permanecer na mesma classificação, existe uma tendência de maior probabilidade de avanço para níveis de mais baixo índice e uma probabilidade quase nula de atingir o nível máximo.

O grupo C apresenta a maior probabilidade de permanência na mesma classe de classificação com 63% , logo atrás se encontra o grupo D (IDH-E Médio Alto) com 52% de se manter na mesma classe de classificação.

Dentre os demais grupos, o grupo D (IDH-E Médio Alto) é o que apresentou a menor capacidade de transição de todos, com tendências de apenas se manter na situação atual (52 %) ou de descer para o grupo imediatamente inferior (48 %) apresentando uma probabilidade nula de migrar para os níveis de IDH-E alto, IDH-E médio baixo e IDH-E baixo.

A matriz de transição de Markov gerada para o índice educação do ano de 1991 a 2000, apresentou resultados probabilísticos não otimistas em relação aos níveis de médio-alto IDH-E, com uma tendência decrescente para um grupo imediatamente inferior, se consolidando como a pior probabilidade da matriz.

Em análise oposta, o resultado apresentado pela matriz para os níveis de IDH-E baixo e médio-baixo, confirmou uma tendência de crescimento dos núcleos menos desenvolvidos em níveis educacionais para mais desenvolvidos.

Nessa direção, o grupo A (IDH-E baixo) apresenta 32% de probabilidade de subir para o nível médio alto, 19% de probabilidade de migrar para níveis de médio IDH-E, 4% para grupos de médio alto índice e probabilidade nula de passar para nível E (IDH-E alto). O grupo B (IDH-E médio-baixo) apresenta uma tendência de crescimento, ao apresentar 34% de passar para o grupo C e 13% de migrar para o grupo D e apenas 15% de cair para o IDH-E A (baixo nível).

De acordo com a matriz de transição para os índices educação os grupos A, B e C apresentam uma melhor dinâmica para representar o crescimento dos níveis de educação dos municípios do estado do Ceará, ou seja, um impulso em termos de crescimento da educação nos grupos de municípios de baixo e médio baixo e médio desenvolvimento. Ainda em relação ao grupo C, trata-se do único grupo das classificações medianas que tende crescimento para o grupo de classificação máxima.

As probabilidades obtidas para o grupo de municípios D (IDH-E médio alto) estimam a maior tendência de decrescimento não apresentando nenhuma tendência em melhorar seu índice a ponto de atingir níveis elevados.

De acordo com as probabilidades estimadas pela matriz de Markov os municípios de baixo, médio baixo e médio desenvolvimento tendem a melhorar seus índices em relação à educação apesar de existir ainda uma elevada probabilidade de permanecerem na mesma classe de classificação.

Na concepção de que os municípios mais desenvolvidos têm melhor “assistência” em relação os subdesenvolvidos, a desigualdade de índices educacionais no estado do Ceará está diminuindo.

A matriz de transição apresenta resultados importantes no campo da educação, isso é comprovado pela elevada taxa de escolarização do ensino fundamental entre jovens e adultos com mais de 15 anos e também o empenho e iniciativa por parte do governo do estado em desenvolver programas de combate ao analfabetismo.

Neste caso, o aumento do índice de educação para grupos de baixo desenvolvimento contribuiu positivamente para o crescimento do IDH-M do estado do Ceará.

### 4.3. ÍNDICE EXPECTATIVA DE VIDA

Tabela 7 - Matriz de Transição de Markov - Índice Vida dos Municípios do Estado do Ceará, 1991-2000.

o \ d	IDH-L Baixo	IDH-L Médio Baixo	IDH-L Médio	IDH-L Médio Alto	IDH-L Alto
IDH-L Baixo	0,7674	0,2093	0,0233	0,0000	0,0000
IDH-L Médio Baixo	0,2778	0,3889	0,1667	0,1667	0,0000
IDH-L Médio	0,1020	0,2449	0,2653	0,3673	0,0204
IDH-L Médio Alto	0,0000	0,0333	0,2667	0,3667	0,3333
IDH-L Alto	0,0000	0,0227	0,0455	0,0909	0,8409

Fonte própria o – origem d- destino

Em relação ao índice de longevidade a matriz de Markov apresenta as estimativas das probabilidades de longevidade para os cinco grupos de municípios do estado do ceará.

O grupo A (IDH-L baixo) apresenta 76% de probabilidade de continuar na mesma classe de classificação, 20% de migrar para o grupo B (IDH-L médio baixo) e apenas 2% de chegar a índices de longevidade média. Em relação ao grupo A existe probabilidade nula para níveis de médio alto e alto IDH-L o que caracteriza como o pior situação da matriz de transição longevidade.

De acordo com a matriz o grupo B (IDH-L médio baixo) apresenta uma tendência de 27% de cair para o nível baixo e probabilidades iguais de transição para os grupos C (IDH-L médio) e D (IDH-L médio alto) com 16% respectivamente. O grupo B apesar de apresentar 38% de probabilidade de continuar na mesma classe de classificação tende a migrar para níveis mais elevados de expectativa de vida, que é um fator positivo para o bem estar da sociedade.

O grupo C (IDH-L médio) apresenta a maior dinâmica em relação à transição de estados. Seguindo as estimações apresentadas pela matriz, o grupo C apresenta uma tendência crescente de transição para índices mais elevados com 36% para o grupo D (IDH-L médio alto) e 2% para o nível mais alto E. De acordo com a matriz o grupo C apresenta probabilidade de 26% de permanecer na mesma classificação, 24% de cair para o grupo inferior B e 10% de atingir o nível mais baixo (grupo A). Neste sentido o grupo C se apresenta como o único grupo com tendência de migração para todas as classes de classificações da matriz onde as dinâmicas para grupos superiores são maiores que as dinâmicas dos grupos inferiores.

Dentre os demais grupos, apenas o grupo D (IDH-L médio alto) tem a probabilidade de 33% de migrar para o grupo E (IDH-L alto) caracterizando-se com a melhor tendência do índice esperança de vida da matriz.

Apesar de apresentar aproximadamente 37% de permanecer na mesma posição o grupo D apresenta apenas 3% de probabilidade de cair para o grupo B (IDH-L médio baixo) e 0% de pertencer ao grupo A (IDH-L baixo). No entanto, o grupo D apresenta as melhores estimações da matriz de transição de Markov para o índice longevidade.

O grupo extremo E (IDH-L alto) se mantém inabalável, com 84% de probabilidade de permanecer no mesmo grupo de classificação e apenas 9% de descer para o grupo inferior D (IDH-L médio alto) confirmando a superioridade na expectativa de vida de sua população.

Dentre os resultados mais promissores da matriz estão as probabilidades de 33 % e 36 % as transições dos grupos C para D e D para E respectivamente.

Em uma análise geral a expectativa de vida do cearense vem evoluindo de forma significativa e alcançou os 66 anos em 2002. A luz da matriz de transição o índice de longevidade dos municípios do estado do Ceará, apresentam resultados probabilísticos promissores e contribuem significativamente para a composição do IDH-M.

No entanto, para que a mortalidade infantil continue em declínio, é necessário que os grupos de baixo e médio baixo desenvolvimento (A e B) apresentem uma desconcentração maior de suas probabilidades de permanência no mesmo grupo de qualificação, a fim de reduzir as discrepâncias que se apresentam em relação aos demais grupos.

#### 4.4. ÍNDICE GLOBAL

Tabela 8 - Matriz de Transição de Markov - Índice Global dos Municípios do Estado do Ceará, 1991-2000.

O \ D	IDH-M Baixo	IDH-M Médio Baixo	IDH-M Médio	IDH-M Médio Alto	IDH-M Alto
IDH-M Baixo	0,6739	0,2391	0,0870	0,0000	0,0000
IDH-M Médio Baixo	0,2941	0,2941	0,2941	0,1176	0,0000
IDH-M Médio	0,0345	0,2759	0,5172	0,1724	0,0000
IDH-M Médio Alto	0,0000	0,0588	0,3529	0,5000	0,0882
IDH-M Alto	0,0000	0,0000	0,0976	0,1951	0,7073

Fonte própria      o – origem      d- destino

A análise dos índices globais para a matriz de Markov, apresenta resultados probabilísticos para os cinco grupos de municípios do estado do Ceará.

Em níveis globais, o grupo pertencente à classe A (IDH-M baixo) apresenta a probabilidade de 67% de continuar na mesma classe de classificação, 23% de passar para o grupo IDH-M médio baixo e 8% de atingir o nível de médio IDH-M, com probabilidades nulas de migrarem para os grupos médio alto e alto IDH-M. De acordo com resultado global para o grupo de baixo

IDH-M, este ainda apresenta uma formação de clubes com grande tendência em permanecer na mesma classe.

O índice IDH-M médio baixo apresenta uma estimativa de 11% de subir para a classe média alta e 29% para a classe de IDH-M médio. Com 29% de probabilidade de permanecer na sua posição atual, apresenta o mesmo percentual de migração para a classe imediatamente superior (IDH-M médio baixo) e nula de atingir a classe de municípios de alto IDH-M.

A classe C (IDH-M médio) apresenta uma tendência de 27% de cair para o grupo B (IDH-M médio baixo) e 3% para o índice de baixo IDH-M. Apesar de apresentar 51% de probabilidade de continuar na mesma classe de classificação o grupo de IDH-M médio apresenta uma probabilidade de 17% de transição para o grupo médio alto e probabilidade nula de atingir o IDH-M alto.

O IDH-M médio alto (classe D) apresenta uma tendência declinante de 35% de cair para o grupo de municípios pertencentes à classe média e 8% de migrar para o grupo de IDH-M alto. Apesar de apresentar 50% de probabilidade de continuar na mesma classificação de origem, a classe D (IDH-M médio alto) apresenta também a probabilidade de migrar para municípios de médio baixo índice em 5% de probabilidade.

A classe de municípios E (IDH-M alta) apresenta 70% de probabilidade de continuar na mesma classe de classificação. A matriz apresenta na ordem de 19% a probabilidade de mobilidade para a classe imediatamente inferior D (IDH-M médio alto) e apenas 9% de probabilidade para a classe média. Em análise global, a classe E (IDH-M alto) apresenta a maior probabilidade em termos de permanência no mesmo grupo de origem, se caracterizando também como mais um clube de municípios.

A matriz apresenta pouca mobilidade das classes A (IDH-M baixo) e E (IDH-M alto) devido suas tendências relativas continuarem na mesma classe de classificação.



## 5. ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA

A convergência é uma das principais previsões do modelo neoclássico de crescimento proposto por Solow (1957), e tem grande importância para estudos relacionados ao crescimento, principalmente sobre a perspectiva de que a taxa de crescimento no longo prazo venha a convergir para um valor no estado estacionário.

A aplicação do método das matrizes de transição de Markov nos permite acompanhar a mobilidade da distribuição de equilíbrio de longo prazo.

De acordo com o processo de Markov podem ocorrer estados distintos, de modo que a probabilidade de transição de um estado  $j$ , para um estado  $i$ , seja dada por  $a_{ij}$ . Define-se uma matriz estocástica  $T$ , de ordem  $n$ , como uma matriz de transição de Markov;

$$T_n = [a_{ij}] ; i, j = 1, 2, \dots, n$$

Onde  $n$  é o número de estados possíveis,  $0 \leq a_{ij} \leq 1$  e  $\sum_j a_{ij} = 1$ .

Considere o vetor-coluna de probabilidades  $P^{(k)} = [p_i]$  apresenta a probabilidade da ocorrência do estado  $i$  no  $k$ -ésimo estágio do processo. Sendo  $P^{(0)}$  a distribuição de probabilidades entre os estados no estágio inicial, o processo de Markov será determinado por:

$$P^{(k)} = T^k P^{(0)}$$

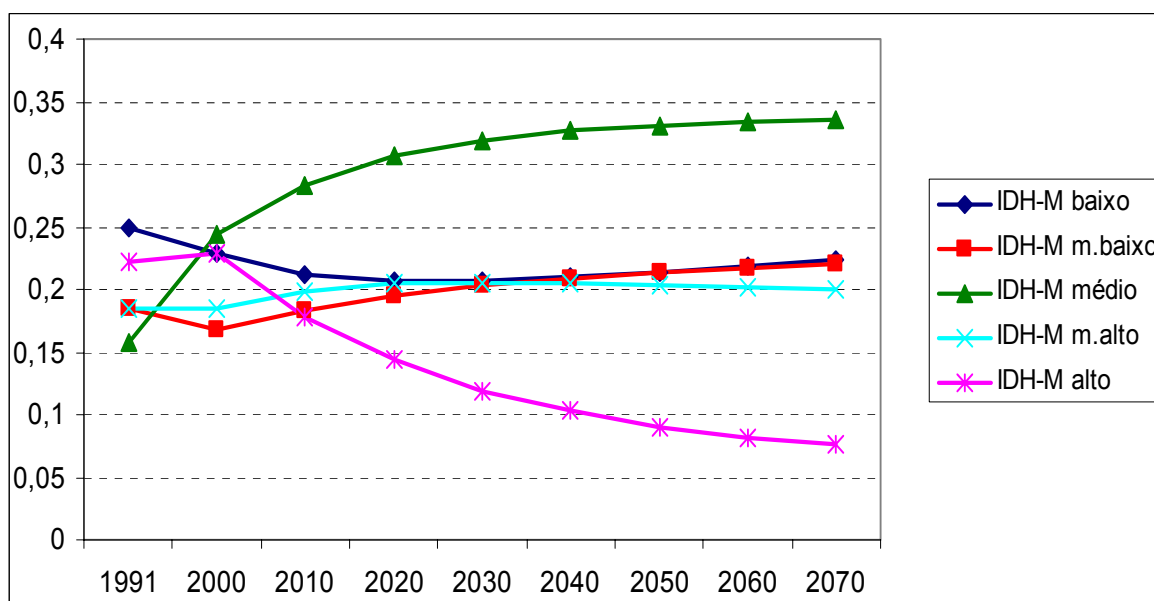
Seguindo este processo da distribuição da cadeia de Markov foram elaboradas mais sete matrizes referente a projeção do ano de 2010 até o ano

de 2070, com intuito de prever o comportamento de longo prazo dos municípios do estado do Ceará para mais  $n=7$  períodos.

Equivale dizer que o passo  $n=1991$  significa o passo 1,  $n+1= 2001$  referente ao passo 2, são os pontos de partida para a geração das matrizes dos índices principais. No entanto para analisar com mais detalhes o comportamento de equilíbrio de longo prazo, foram elaboradas mais sete matrizes  $n=3$  (ano 2010) até o estado  $n=9$  equivalente ao ano de 2070.

No gráfico 7, são apresentadas as linhas de convergência para o período de  $n=9$  passos na matriz de transição de Markov.

Gráfico 7 – Linhas de Convergência



Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados do IPEA/IBGE

O gráfico 7 apresenta a trajetória dos pontos de convergência entre as classes municipais ao longo de  $n=9$  passos de mobilidade.

Analisando restritamente o período de 1991-2000, observa-se muita mobilidade para o grupo C (IDH-M médio) que passou de 15% o total de municípios no ano de 1991 para 24% em 2000. A classe de municípios pertencentes ao grupo A (IDH-M baixo) e B (IDH-M médio baixo) apresentaram uma breve queda, passando de 25% e 18% o total de municípios em 1991 para

22% e 16% no ano 2000 respectivamente. As classes D (IDH-M médio alto) e E (IDH-M alto) permaneceram estáveis no período. O índice educação neste período foi caracterizado como o índice de maior importância relativa porque foi o responsável por minimizar os efeitos negativos dos demais índices.

O período do ano de 1991 a 2000 é insuficiente para analisarmos a hipótese de convergência, de acordo com os resultados da matriz a análise gráfica mostra que os grupos de municípios ainda se encontram longe de seus pontos estacionários.

A análise de longo prazo, as linhas traçadas pelo gráfico indicam convergência em clubes, formada pelas classes dos grupos A (IDH-M baixo), B (IDH-M médio baixo) e D (IDH-M médio alto). Os grupos de classes C (IDH-M médio) e E (IDH-M alto) apresentaram divergência em relação às demais.

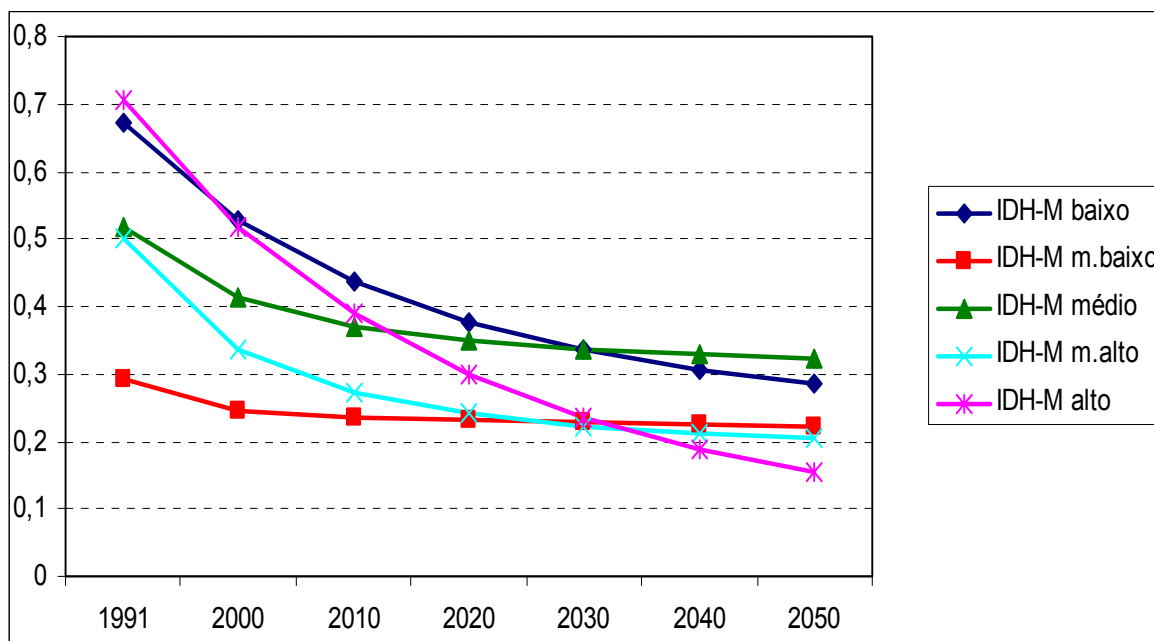
Houve um decréscimo em relação aos municípios pertencentes ao grupo de baixo desenvolvimento, mais evidentemente até o quarto período. Em contra partida, o grupo C (IDH-M médio) apresenta em todos os períodos a maior dinâmica de crescimento, seguido do grupo B e D, em função do achatamento da classe E (IDH-M alto).

Uma constatação presente é que continuam as disparidades entre grupos de municípios pobres e ricos. As distâncias entre os grupos ricos e os emergentes tendem a ficar maiores com o tempo.

Apesar de existir uma tendência de aumento das diferenças entre classes de municípios, houve uma tímida redução das classes mais “miseráveis”. A velocidade do processo de convergência para os grupos de municípios do estado do Ceará é processo muito lento que se caracteriza somente a partir do sexto passo de interação.

O gráfico 8 apresenta a evolução dos municípios em permanecerem no mesmo grupo de classificação.

Gráfico 8 – Tendência dos grupos de permanecerem na mesma classificação de origem.



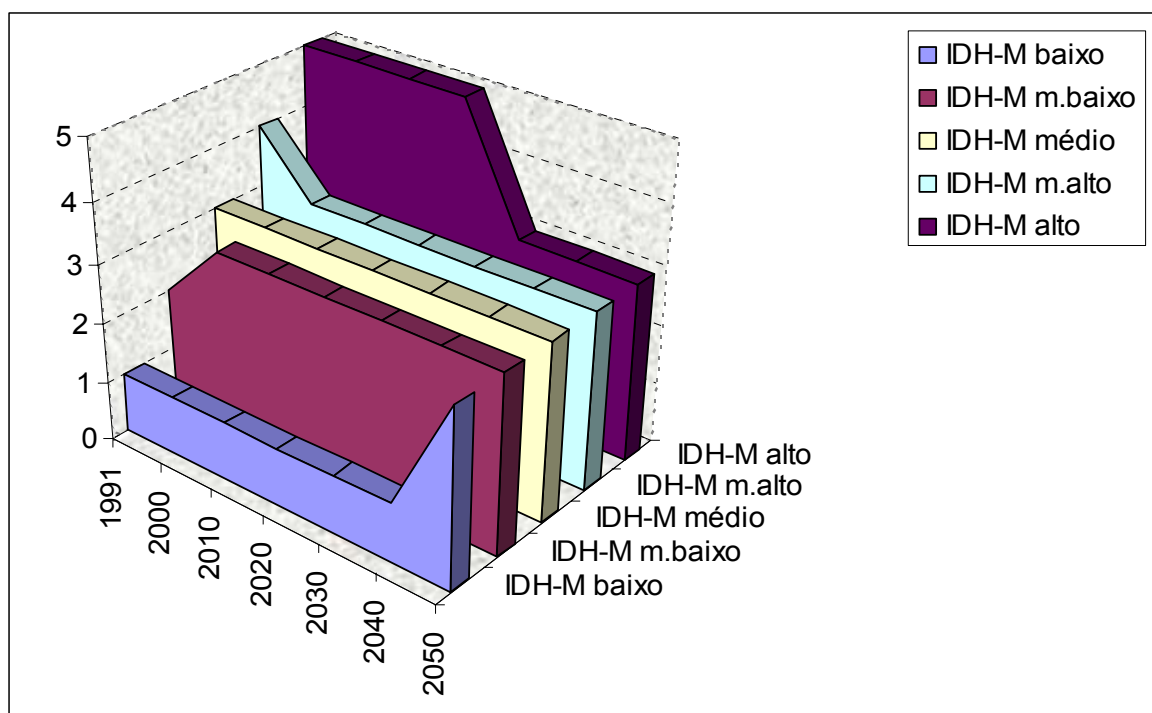
Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados do IPEA/IBGE

O gráfico 8, apresenta a trajetória de longo prazo para a probabilidade de um município se manter na sua classificação de origem ao longo de  $n=7$  passos de mobilidade, período do ano de 2010 a 2070.

A estimação das matrizes de transição revelou uma tendência decrescente para todos os grupos de classes municipais. No longo prazo a tendência de um grupo permanecer na sua classificação de origem tende a diminuir gradativamente e se tornar descentralizada ao longo dos  $n$  passos de mobilidade. Esse decréscimo revela uma situação de longo prazo na qual os municípios de maior classificação (Grupos D e E) terão as menores probabilidades de se manterem nas posições de origem.

A curvatura das linhas entre os grupos A (IDH-M baixo) e E (IDH-M alto), insinuam que a tendência de decréscimo ainda não atingiu seu ponto estacionário. Essa tendência revela a redução da concentração de classes menos privilegiadas e o encolhimento e conseqüente isolamento das classes mais ricas.

Gráfico 9 - Representação dos Pontos de Picos entre Grupos



Fonte: Elaborado pelo autor a partir dos dados do IPEA/IBGE

Os picos de transição são os maiores percentuais de probabilidade que um grupo de municípios possui dentro da matriz, ou seja, é o grupo predominante que recebe a maior parte das migrações em determinado estado da matriz no passo  $n$ .

Dessa forma, o gráfico 8 apresenta as maiores e mais rápidas tendências de convergências entre os passos.

O grupo A (IDH-M) apresenta uma situação bastante desfavorável, insistindo em se manter na mesma classe de baixo desenvolvimento, excetuando-se somente no último passo no qual ocorre uma tendência migratória predominante para o grupo de médio IDH-M.

Os grupos B e D em somente um passo apresentaram mobilidade em direção ao Grupo C com um aumento e um decrescimento respectivamente em

suas classificações de origem. O grupo C (IDH-M médio) apresenta a mais estável representação dos pontos de picos, não havendo alterações em suas estimações.

Por fim, o grupo E (IDH-M alto) mantém uma longa estabilidade com picos em sua própria classificação por  $n=3$  passos, e a pós esse período existe um decrescimento com uma tendência de convergência para o grupo de categoria C (IDH-M médio).

## CONCLUSÃO

Este trabalho procurou investigar a hipótese de convergência absoluta para a análise de bem estar dos municípios do estado do Ceará. Os índices utilizados como variáveis para aferir o nível de bem estar dos municípios, são os que compõem o Índice de Desenvolvimento Humano, que é um indicador que mais sintetiza todo um conjunto de ações direcionadas para a melhoria das condições de vida da população. O período utilizado neste trabalho, que compreende 10 anos (1991-2000), é sem dúvida um período muito heterogêneo. A década de 90 foi um período de muitas mudanças no campo político e econômico, dando ênfase para implantação do plano Real pela superação do longo processo inflacionário e o maior salto tecnológico da história brasileira.

A metodologia aplicada neste trabalho foi o método das matrizes de transição de Markov, que é um processo de estimação das distribuições de equilíbrio de longo prazo entre classes municipais testando a hipótese de convergência. A teoria de Markov requer bastante critério, tanto no manuseio operacional dos grupos da amostra, como na sutileza de suas propriedades e operações entre matrizes e vetores. Neste trabalho o modelo de Markov configurou resultados importantes ratificando sua eficiência para análise de equilíbrio de longo prazo.

Dentre as conclusões no campo empírico, foi diagnosticado convergência entre os municípios do estado do Ceará. Uma constatação predominante é que a convergência não foi homogênea, pois continuam agudas as disparidades entre grupos de municípios pobres e ricos. A análise de longo prazo apresentou a formação de clubes de convergência para os grupos de municípios A, B e D. A distância entre os grupos ricos e emergentes tende a ficar maior com o tempo. Apesar de existir uma tendência de aumento das diferenças entre classes de municípios, houve uma tímida redução das classes mais “miseráveis”. A velocidade do processo de convergência para os

grupos de municípios do estado do Ceará é processo extremamente lento e heterogêneo, caracterizando-se somente a partir do sexto passo de interação.

A tendência dos municípios em permanecerem na mesma classificação de origem revela uma lenta redução da concentração das classes de baixo e médio baixo (IDH-M) e o encolhimento e conseqüente isolamento das classes mais ricas (IDH-M alto).

A única variável que acelerou significativamente o processo de convergência nos períodos analisados foi a variável dos índices educacionais, que mensuraram a taxa de alfabetização de pessoas acima de 15 anos de idade, referindo-se ao percentual de pessoas capazes de escrever um bilhete simples e à taxa bruta de freqüência à escola, que é resultante do somatório de pessoas, independente da idade, que freqüentam os cursos fundamentais, secundário e superior, em uma população na faixa de 7 a 22 anos de idade.

O incremento do índice educação para grupos de baixo desenvolvimento contribuiu positivamente para o crescimento do IDH-M do estado do Ceará representando a importância relativa de 65% para o acréscimo do IDH-M geral.

Constata-se pela lentidão do crescimento das classes de municípios mais pobres e o elevado grau de heterogeneidade entre as demais classes, a necessidade de que os elaboradores de políticas públicas municipais e estaduais tenham conhecimento de que os aspectos associados à melhora dos índices que traduzem o bem estar para a população, estão relacionados a medidas de médio e longo prazo, indicando que as diretrizes devem ser traçadas e aplicadas com antecedência.

Trabalhos posteriores poderão estender a análise da convergência condicional para outras variáveis disponíveis, inclusive àquelas que quantifiquem diretamente as transferências governamentais para as classes municipais de baixo desenvolvimento.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARRAES, R. A. **Hipótese de Convergência da Renda per Capita e da Produtividade Setorial para o Nordeste**. Fortaleza, CAEN/UFC, 1997. (Texto para discussão n. 169/1997).

AZZONI, C. R. **Economic Growth and Regional Income Inequality in Brazil**. The Annals of Regional Science, 35: 133-152, 2001.

AZZONI, C. R. **Crescimento Econômico e Convergência das Rendas Regionais: O Caso Brasileiro à luz da Nova Teoria do Crescimento**. Encontro Nacional de Economia (ANPEC)22, 1, p. 185-205, 1994.

BARRETO, F.A.F.D. & GONDIM, J.L. **Convergência no Brasil: Uma Aplicação do Modelo de Núcleo Estocástico**. Fortaleza, CAEN/UFC, Mimeog. 2004.

BARRETO, F.A.F.D. **Crescimento Econômico, Pobreza e Desigualdade: O que Sabemos Sobre eles?** In: Série Ensaio Sobre Pobreza-LEP-Laboratório de Estudos da Pobreza, UFC-CAEN, V.01, Dezembro 2005.

BARRETO, F.A.F.D., CASTELAR, I. A., BENEVIDES, A. A. **Integração Comercial, Dotação de Fatores e Desigualdade de Renda Pessoal dos Estados Brasileiros**. Pesquisa e Planejamento Econômico, V.33, n.3, Dezembro 2003.

BARRETO, F.A.F.D. e LUIS, J. **O Uso do Núcleo Estocástico para Identificação de Clubes de Convergência entre Estados e Municípios Brasileiros**. Artigo UFC-CAEN, Abril/2004.

BARRO, R.J., SALA-I-MARTIN, X. **Economic Growth**. 1ª ed. New York, 1999.

BASTOS, Núbia Maria Garcia. **Introdução à metodologia do trabalho acadêmico**. 3ª ed. Fortaleza, 2005.

BLANCHARD, Olivier. **Macroeconomia: Teoria e Política Econômica**; tradução de Maria J. C. Monteiro. - Rio de Janeiro: Ed. 2, Campus, 2001.

POLETTI, M., ANDRADE, E. e VALLS, P. **Clubes de Convergência de Renda para os Municípios Brasileiros: Uma Análise Não-Paramétrica**. IBMEC Business School-SP, 2003.

GORDON, Robert. **Macroeconomia**. 7ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2000.

JOSÉ, Valter, **Evolução Regional da Produtividade da Mão-de-Obra na Agropecuária Gaúcha: uma Aplicação da Matriz de Markov**, RER, Rio de Janeiro, vol. 42, nº 02, p. 293-316, abr/jun 2004 – Impressa em junho 2004.

JONES, Charles I. **Introduction to Economic Growth**. Tradução de Maria José Cylar Monteiro. – Rio de Janeiro: Elsevier, 2000 - 8 re.

LÍZIA, F. **As Novas Teorias do Crescimento Econômico – Contribuição Para a Política Regional**. FACE/CEDEPLAR-UFGM, Belo Horizonte, Fevereiro de 2004.

MARINHO, E.L.; NETO, P.M.J. **Gastos Públicos e Condições de Vida nos Municípios do Estado do Ceará**. Fortaleza, CAEN/UFC, 1998. (Texto para discussão n. 179/1998).

MARINO, E. S. **A Desigualdade Regional no Brasil: Uma Análise da Hipótese de Convergência**. Fortaleza, CAEN/UFC, Dissertação de Mestrado, 2004.

MAGALHÃES, J. C. R. e MIRANDA, R. B. **Dinâmica da Renda, Longevidade e Educação nos Municípios Brasileiros**. Brasília. UCB. Paper, P. 20. Julho de 2005.

MAGRINI, S. **The Evolution of Income Disparities Among the Eegions of The European Union**. Regional Science and Urban Economics, N°29, 1999.

NASSER, Bianca. **Economia Regional, Desigualdade Regional do Brasil e o Estudo dos Eixos Nacionais de Integração e Desenvolvimento**. Revista do BNDES, Rio de Janeiro, V.7, N.14, P. 145-178, Dezembro de 2000.

PAGAN, A.; Ullah, A. **Nonparametric Econometrics**. Cambridge/UK: Cambridge University Press, 1999.

POLETTI, M. L., ANDRADE, E. e VALLS, P. L. P. **Clubes de Convergência de Renda para os Municípios Brasileiros: Uma Análise não-paramétrica**. IBMEC Business School – SP. Paper, P.18. Julho de 2003.

QUAH, D.T. Twin Peaks: Growth and Convergence in Models of Distribution Dynamics. **The Economic Journal**, Volume 106, Issue 437 (Jul.1996), 1045-1055.

ROMER, David. **“Advanced Macroeconomics”** .McGraw-Hill Higher Education, second edition, University of California, Berkeley, 2001.

SOLOW, R. A Contribution to the Theory of Economic Growth. **Quarterly Journal of Economics**, n.70, p. 65-94, 1956.

SAGIORO, Ricardo. **Conhecimento, inovação e crescimento econômico – uma aplicação do modelo de Solow ao Brasil**, anais do II Encontro Científico da Campanha Nacional das Escolas da Comunidade (II EC-CNECC), Varginha, 9-10 de julho de 2004.

SOUZA, P. G. **Cadeias de Markov e Aplicações**. In: VI Oficina de Inteligência Artificial, Pelotas, P. 37-59, 2002.

TEBALDI, E. e VERNER, Dorte. **Convergence, Dynamics, and Geography of Economic Growth** – The case of Municipalities in Rio Grande do Norte, Brazil, Paper 3302 The World Bank, May 2004.

TEBALDI, E.; BARRETO, F.A.F.D. e MELO, P. J. N. **Desigualdade de Renda e Crescimento Econômico no Nordeste Brasileiro**. Artigo 037, Centro de estudos de economia regional, Caen – UFC, Julho de 2001.

VILELA, Antonio I. **Capital Humano e Crescimento Econômico nos Municípios do Estado do Ceará**. Fortaleza, UFC-CAEN, P. 43. Dissertação(Mestrado em Economia).Universidade federal do Ceará, 2005.

INFANTE, Alan. **70% das Cidades de Menor IDH São Áridas**. Net, João Pessoa, 28 Abr., 2006. Seção Meio Ambiente. Disponível em: <<http://www.pnud.org.br>>. Acesso em 12 Maio 2006.

<<http://www.wharton.universia.net>> **Brasil Apresenta Alternativa ao Índice de Desenvolvimento Humano**, Publicado em: 4/21/04, 25/07/06. Acesso em 25 Julho 2006.

# ANEXOS

## ANEXO 1 – Formação dos índices

### 1. Índice Geral

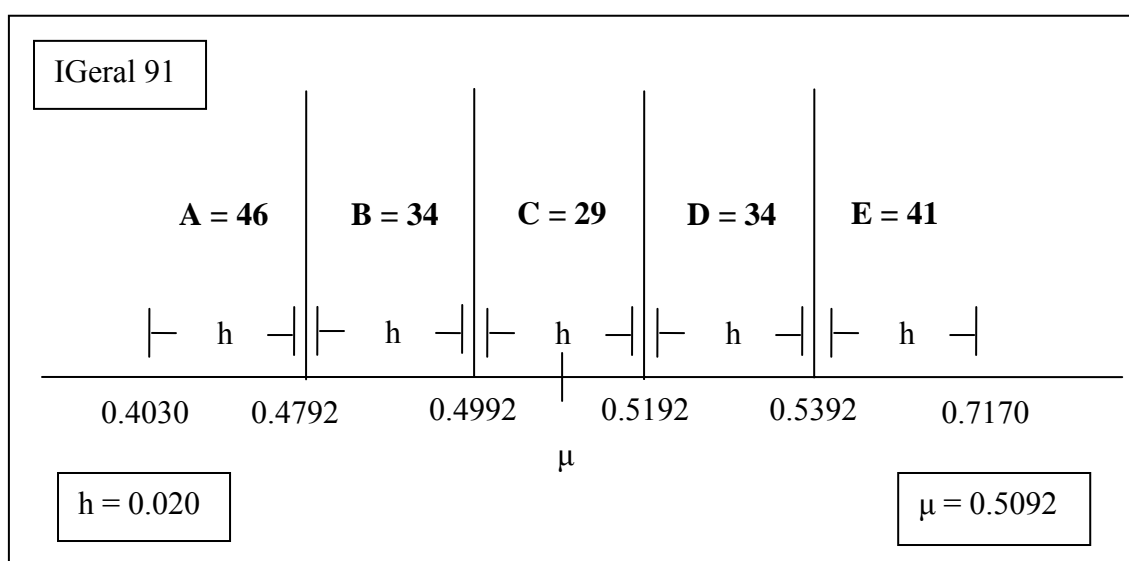
$$s_{\text{geral},91} = 0.0461$$

$$s_{\text{geral},2000} = 0.037444$$

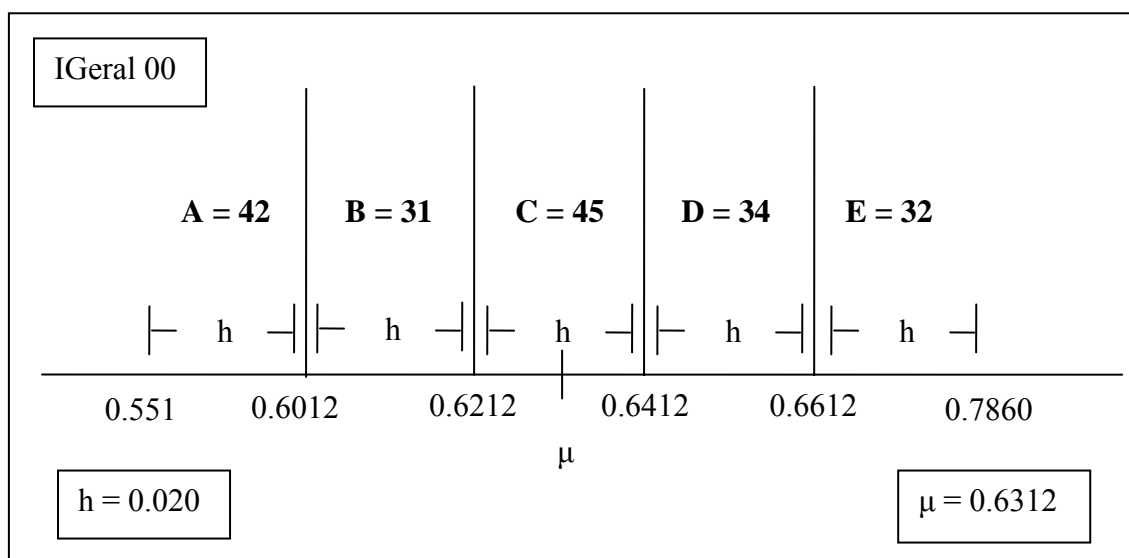
$$\text{Média dos Desvios Padrão} = (0.0461 + 0.037444) / 2 = 0.0418$$

$$h_{\text{geral}} = 2,72 \times 0.0418 \times 184^{-1/3}$$

$$h_{\text{geral}} = 0.019989683, h_{\text{geral}} \approx 0.020$$



Fonte própria.



Fonte própria.

## 2. Índice Educação

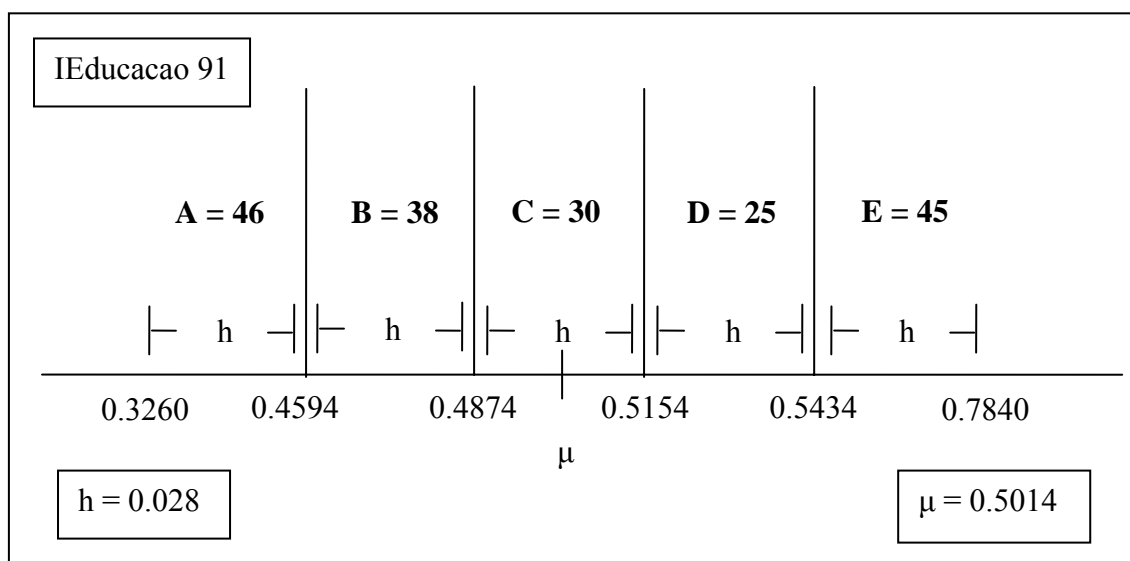
$$S_{educacao,91} = 0,07121596$$

$$S_{educacao,2000} = 0,046756$$

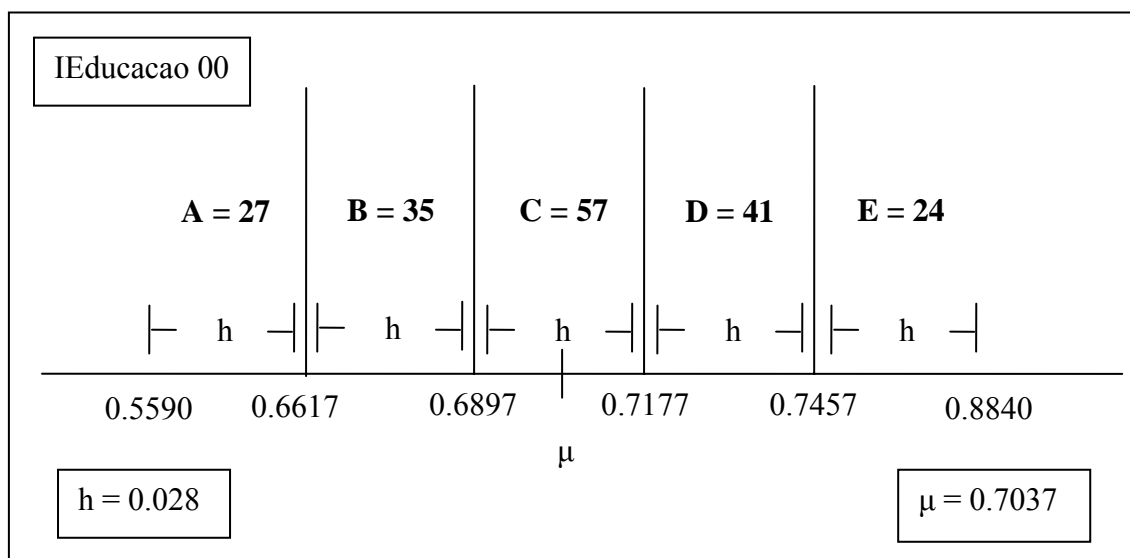
$$\begin{aligned} \text{Média dos Desvios Padrão} &= (0,07121596 + 0,046756) / 2 \\ &= 0,05898599 \end{aligned}$$

$$h_{educacao} = 2,72 \times 0,05898599 \times 184^{-1/3}$$

$$h_{educacao} = 0.028208403, h_{educacao} \approx 0.028$$



Fonte própria.



Fonte própria.

### 3. Índice Vida

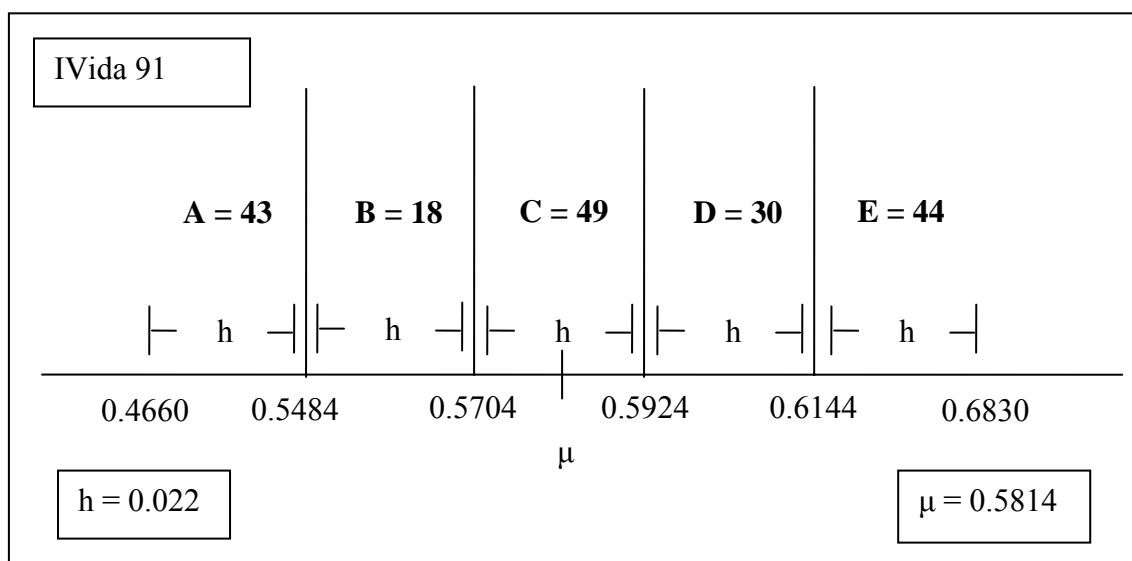
$$S_{\text{vida},91} = 0,04436602$$

$$S_{\text{vida},2000} = 0,047107118$$

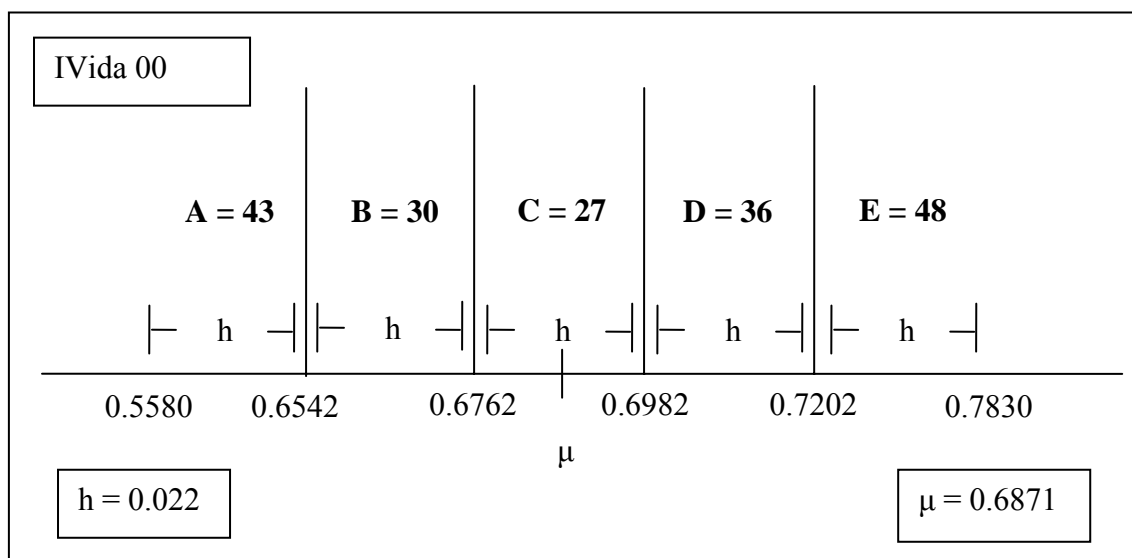
$$\begin{aligned} \text{Média dos Desvios Padrão} &= (0,04436602 + 0,047107118) / 2 \\ &= 0,04573657 \end{aligned}$$

$$h_{\text{vida}} = 2,72 \times 0,04573657 \times 184^{-1/3}$$

$$h_{\text{vida}} = 0.021872237, h_{\text{vida}} \approx 0.022$$



Fonte própria.



Fonte própria.

#### 4. Índice Renda

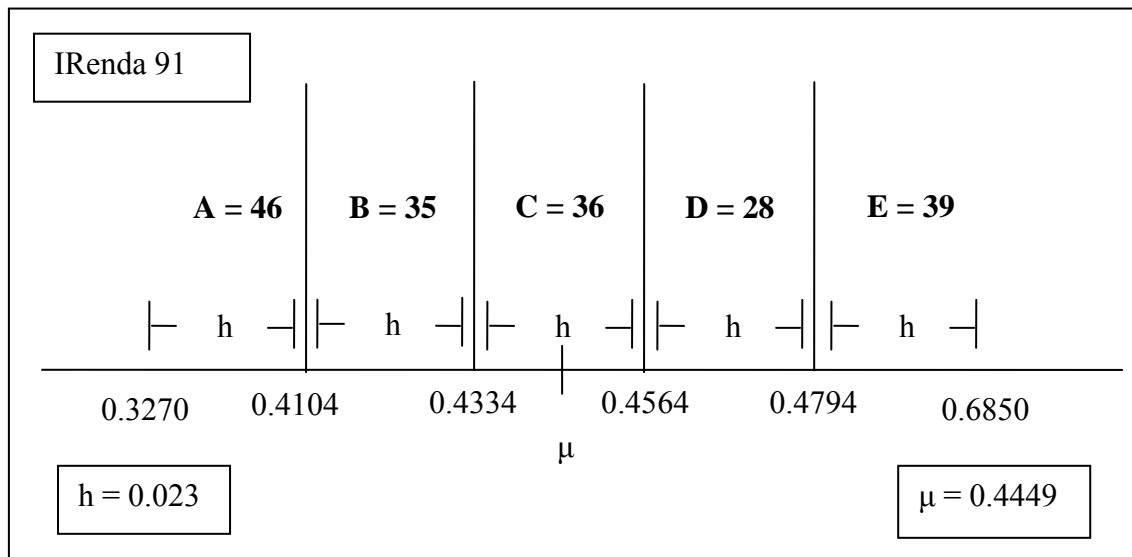
$$S_{\text{renda},91} = 0,04957858$$

$$S_{\text{renda},2000} = 0,045058$$

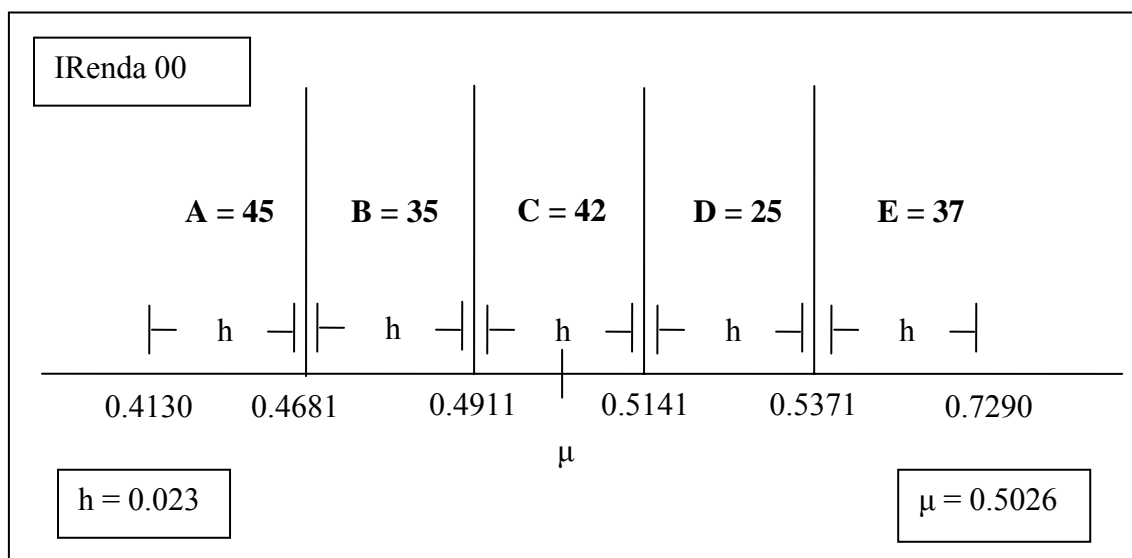
$$\begin{aligned} \text{Média dos Desvios Padrão} &= (0,04957858 + 0,045058) / 2 \\ &= 0,047318371 \end{aligned}$$

$$h_{\text{renda}} = 2,72 \times 0,047318371 \times 184^{-1/3}$$

$$h_{\text{renda}} = 0.02262869, h_{\text{renda}} \approx 0.023$$



Fonte própria.



Fonte própria.



## ANEXO 2 – Matrizes e municípios por classes

### Índice Geral

$$\text{Matriz} = \begin{vmatrix} 0,6739 & 0,2391 & 0,0870 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,2941 & 0,2941 & 0,2941 & 0,1176 & 0,0000 \\ 0,0345 & 0,2759 & 0,5172 & 0,1724 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,0588 & 0,3529 & 0,5000 & 0,0882 \\ 0,0000 & 0,0000 & 0,0976 & 0,1951 & 0,7073 \end{vmatrix}$$

Nº de Municípios por classe: Ano 91: A = 46 B = 34 C = 29 d = 34 E = 41  
 Ano 00: A = 42 B = 31 C = 45 d = 34 E = 32

### Índice Renda

$$\text{Matriz} = \begin{vmatrix} 0,6087 & 0,2391 & 0,1522 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,2857 & 0,3143 & 0,2857 & 0,1143 & 0,0000 \\ 0,1667 & 0,2222 & 0,3056 & 0,2500 & 0,0556 \\ 0,0357 & 0,1429 & 0,3929 & 0,1786 & 0,2500 \\ 0,0000 & 0,0256 & 0,0769 & 0,1795 & 0,7179 \end{vmatrix}$$

Nº de Municípios por classe: Ano 91: A = 46 B = 35 C = 36 d = 28 E = 39  
 Ano 00: A = 45 B = 35 C = 42 d = 25 E = 37

### Índice Educação

$$\text{Matriz} = \begin{vmatrix} 0,4348 & 0,3261 & 0,1957 & 0,0435 & 0,0000 \\ 0,1579 & 0,3684 & 0,3421 & 0,1316 & 0,0000 \\ 0,0333 & 0,1667 & 0,6333 & 0,1333 & 0,0333 \\ 0,0000 & 0,0000 & 0,4800 & 0,5200 & 0,0000 \\ 0,0000 & 0,0222 & 0,0889 & 0,3778 & 0,5111 \end{vmatrix}$$

Nº de Municípios por classe: Ano 91: A = 46 B = 38 C = 30 d = 25 E = 45  
 Ano 00: A = 27 B = 35 C = 57 d = 41 E = 24

**Índice Vida**

$$\mathbf{Matriz} = \begin{vmatrix} 0,7674 & 0,2093 & 0,0233 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,2778 & 0,3889 & 0,1667 & 0,1667 & 0,0000 \\ 0,1020 & 0,2449 & 0,2653 & 0,3673 & 0,0204 \\ 0,0000 & 0,0333 & 0,2667 & 0,3667 & 0,3333 \\ 0,0000 & 0,0227 & 0,0455 & 0,0909 & 0,8409 \end{vmatrix}$$

Nº de Municípios por classe: Ano 91: A = 43 B = 18 C = 49 d = 30 E = 44  
 Ano 00: A = 43 B = 30 C = 27 d = 36 E = 48.

