

5º CONGRESSO BRASILEIRO DE PESQUISA E DESENVOLVIMENTO EM PETRÓLEO E GÁS



TÍTULO DO TRABALHO:

ANÁLISE DE ESTABILIDADE DE RISERS RÍGIDOS
PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

AUTORES:

Fábio A. F. Teófilo, Evandro Parente Jr., Antônio M. C. Melo, Áurea S. Holanda

INSTITUIÇÃO:

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ

Este Trabalho foi preparado para apresentação no 5º Congresso Brasileiro de Pesquisa e Desenvolvimento em Petróleo e Gás- 5º PDPETRO, realizado pela Associação Brasileira de P&D em Petróleo e Gás-ABPG, no período de 15 a 22 de outubro de 2009, em Fortaleza-CE. Esse Trabalho foi selecionado pelo Comitê Científico do evento para apresentação, seguindo as informações contidas no documento submetido pelo(s) autor(es). O conteúdo do Trabalho, como apresentado, não foi revisado pela ABPG. Os organizadores não irão traduzir ou corrigir os textos recebidos. O material conforme, apresentado, não necessariamente reflete as opiniões da Associação Brasileira de P&D em Petróleo e Gás. O(s) autor(es) tem conhecimento e aprovação de que este Trabalho seja publicado nos Anais do 5ºPDPETRO.

ANÁLISE DE ESTABILIDADE DE RISERS RÍGIDOS PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Abstract

The analysis of the critical load is essential in the process design of laminated tubes subject to external pressure. These tubes may suffer local buckling of the tube wall, such as shell buckling. Moreover, it is important to consider the initial geometrical imperfections caused by the manufacturing process since cylindrical shells are very sensitive to load and geometric imperfections. Closed form expression and knock-down factor for orthotropic cylindrical shells are also found in the literature. These expressions have also been used for composite shells, but their applicability needs to be investigated since the buckling load of laminated composite shells depend not only on the geometry, boundary conditions and material properties, but also on the thickness, orientation and sequence of the laminas. The present paper determine the buckling load of laminated tubes subjected to external pressure through the Finite Element Method (FEM). Perfects tubes with different lamination schemes will be considered. The FE numerical results will be compared with experimental results found in the literature and used to assess the validity of the approximated closed-form expressions used for design purposes.

Introdução

Risers rígidos, verticais ou em catenária, são bastante utilizados na exploração e produção de petróleo em águas profundas. Estes risers são tradicionalmente fabricados em aço, porém recentemente tem havido o interesse no uso de materiais compósitos para fabricação de risers para uso em águas profundas. Os materiais compósitos reforçados por fibras têm relações resistência/peso e rigidez/peso elevadas permitindo a redução do peso do riser, cujo valor tende a ser elevado devido ao comprimento e aos elevados esforços atuantes em águas profundas.

Durante a instalação e utilização os risers rígidos podem ser submetidos a elevadas tensões de compressão. Estruturas submetidas a esforços compressivos podem entrar em colapso por perda de estabilidade mesmo com o material mantendo sua integridade estrutural. Na realidade, verifica-se que caso de estruturas esbeltas a flambagem pode ocorrer ainda no regime elástico (BAZANT e CEDOLIN, 1991; REDDY, 2004). Portanto, a garantia da segurança em relação à flambagem é essencial no projeto de risers onde as elevadas pressões hidrostáticas externas podem levar o riser ao colapso por flambagem circunferencial (*hoop buckling*) ou axial, devido às tensões reais compressivas geradas na região do TDP (*touchdown point*) principalmente durante a instalação do riser quando este se encontra vazio.

Um aspecto importante no estudo da estabilidade estrutural é a consideração das imperfeições geométricas iniciais causadas pelo processo de fabricação, uma vez que os efeitos destas imperfeições podem reduzir significativamente a resistência das estruturas reais em relação às estruturas perfeitas (BAZANT e CEDOLIN, 1991). Portanto, os efeitos destas imperfeições sobre a estabilidade dos risers devem ser levados em consideração a fim de se obter estimativas realistas de sua capacidade de carga.

Devido à complexidade do problema, o estudo da estabilidade de risers requer a utilização de métodos numéricos adequados, sendo que o Método dos Elementos Finitos (BATHE, 1996; COOK *et al.*, 1999) é o mais utilizado devido a sua simplicidade e versatilidade. Por outro lado, soluções analíticas simplificadas (WEINGARTEN *et al.*, 1968; VINSON e SIERAKOWSKI, 2002; DNV, 2003) são importantes durante o projeto devido a sua maior praticidade. Estas expressões para determinação da carga normalmente são obtidas considerando estruturas perfeitas e material linear elástico, enquanto fatores de correção obtidos a partir de ensaios experimentais são utilizados para

considerar o efeito das imperfeições iniciais de forma a obter estimativas realistas da capacidade de carga da estrutura (WEINGARTEN *et al.*, 1968; DNV, 2003).

O presente trabalho tem como objetivo apresentar uma metodologia para análise da estabilidade de risers de material compósito baseado no Método dos Elementos Finitos. Os resultados numéricos obtidos pelo MEF serão comparados com soluções analíticas e resultados experimentais disponíveis. Serão considerados risers perfeitos e imperfeitos de materiais isotrópicos e compósitos. A adequação das expressões analíticas utilizadas para verificação da estabilidade será avaliada para diferentes geometrias e esquemas de laminação.

Metodologia

Os elementos estruturais fabricados utilizando compósitos laminados são formados por uma série de camadas (lâminas) unidas de maneira a trabalharem solidariamente. Nos compósitos reforçados por fibras, cada lâmina se comporta macroscopicamente como um material homogêneo e ortotrópico no sistema de coordenadas do material (x_1, x_2, x_3), onde o eixo x_1 é orientado paralelamente as fibras, fazendo um ângulo θ com o eixo principal x , o eixo x_2 é transversal às fibras e ao eixo x_3 perpendicular à lâmina, como mostra a Figura 1.

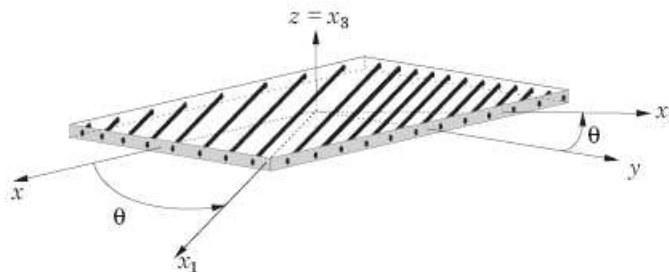


Figura 1 – Orientação das lâminas.

Verifica-se experimentalmente que o comportamento mecânico dos laminados pode ser considerado como linear elástico até próximo à sua ruptura (JONES, 1999). Neste caso, o comportamento tensão-deformação pode ser representado pela lei de Hooke generalizada (Jones, 1999; REDDY, 1996). Devido à ortotropia das lâminas, a relação entre tensões (σ) e deformações (ϵ) no sistema do material é dada por:

$$\sigma_1 = Q\epsilon_1 \quad (1)$$

onde os coeficientes Q_{ij} da matriz Q são calculados a partir das propriedades do material de cada lâmina através das expressões:

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}; \quad Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}; \quad Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}; \quad Q_{44} = G_{23}; \quad Q_{55} = G_{13}; \quad Q_{66} = G_{12} \quad (2)$$

Como as equações que regem a solução do problema são escritas no sistema de coordenadas globais (x, y, z) necessária a transformação do sistema local (material) para o sistema global. Utilizando o Princípio dos Trabalhos Virtuais pode-se mostrar (COOK *et al.*, 2002) que a relação tensão-deformação no sistema global é dada por:

$$\sigma = \bar{Q}\epsilon \quad \text{onde} \quad \bar{Q} = T_1^t Q T_1, \quad (3)$$

onde \bar{Q} é chamada de matriz de rigidez transformada e T_1 é a matriz de transformação (COOK *et al.*, 2002). Os coeficientes \bar{Q}_{ij} da matriz de rigidez transformada podem ser facilmente explicitados

$$\begin{aligned}
 \bar{Q}_{11} &= \cos^4 \theta Q_{11} + 2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta (Q_{12} + 2Q_{66}) + \sin^4 \theta Q_{22} \\
 \bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) Q_{12} \\
 \bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta \\
 \bar{Q}_{22} &= \sin^4 \theta Q_{11} + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \cos^4 \theta Q_{22} \\
 \bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta \\
 \bar{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) Q_{66}
 \end{aligned} \tag{4}$$

Então, considerando a Teoria Clássica de Laminação (JONES, 1999; REDDY, 1996) as deformações de um plano qualquer paralelo à superfície média da placa são dadas por:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^m + z\boldsymbol{\kappa} \tag{5}$$

onde $\boldsymbol{\varepsilon}^m$ são as deformações de membrana (da superfície média) e $\boldsymbol{\kappa}$ define as curvaturas da superfície média da placa. Para uma lâmina genérica k com fibras unidirecionais as tensões são dadas por:

$$\boldsymbol{\sigma}^k = \bar{\mathbf{Q}}^k \boldsymbol{\varepsilon}^k \tag{6}$$

No caso de placas e cascas é mais conveniente trabalhar com esforços resultantes por unidade de comprimento do que usar diretamente as tensões. Portanto, as forças e momentos resultantes (tensões generalizadas) são obtidos por integração das tensões ao longo da espessura do laminado:

$$\mathbf{N} = \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} dz, \quad \mathbf{M} = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} z dz. \tag{7}$$

Utilizando as Eqs. (5), (6) e (7), pode-se escrever a relação entre tensões e deformações generalizadas, i. e. forças/momentos e deformações/curvaturas, como:

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{M} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_m \\ \boldsymbol{\kappa} \end{Bmatrix} \Rightarrow \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon}. \tag{8}$$

onde a matriz \mathbf{A} representa a rigidez de membrana, a matriz \mathbf{D} a rigidez à flexão e a matriz \mathbf{B} o acoplamento membrana-flexão. Os coeficientes das sub-matrizes são expressos por:

$$A_{ij} = \sum_{l=1}^n \bar{Q}_{bij} (z_{l+1} - z_l) \quad B_{ij} = \sum_{l=1}^n \frac{\bar{Q}_{bij} (z_{l+1}^2 - z_l^2)}{2} \quad D_{ij} = \sum_{l=1}^n \frac{\bar{Q}_{bij} (z_{l+1}^3 - z_l^3)}{3} \tag{9}$$

A flambagem circunferencial (*hoop buckling*) é uma flambagem local da parede do riser, de maneira semelhante a uma casca cilíndrica, causada pela atuação da pressão externa. Esta pressão externa causa tensões de compressão na direção circunferencial (*hoop stresses*) que pode levar a flambagem da parede do riser como casca. Portanto, como a aplicação de materiais compósitos é motivada pela utilização em águas profundas é importante que o riser seja capaz de suportar elevadas pressões hidrostáticas, e. g. para uma lâmina d'água de 2500 m, tem-se uma pressão externa de 25,14 MPa, o que é um valor bastante significativo.

A pressão crítica de flambagem de cascas cilíndricas longas de material isotrópico com comportamento elástico linear pode ser calculada de maneira direta através da expressão:

$$P_{cr} = \frac{E}{4(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{R} \right)^3 \tag{10}$$

onde E é o módulo de elasticidade e ν o coeficiente de Poisson do material, t a espessura da parede e R o raio médio da casca cilíndrica (WEINGARTEN *et al.*, 1968). A pressão crítica obtida através desta

expressão é um dos parâmetros utilizados na verificação do colapso de risers de aço (DNV, 2001). Para fins de projeto recomenda-se que a pressão de colapso (p_{col}) seja obtida através da expressão:

$$p_{col} = k_p p_{cr} \quad (11)$$

onde k_p é um coeficiente de redução (*knock-down factor*) da pressão crítica calculada analiticamente. Em WEINGARTEN et al. (1968) recomenda-se considerar $k_p = 0,75$ para cascas cilíndricas curtas e $k_p = 0,9$ para cascas cilíndricas longas.

No caso de materiais compósitos é necessário considerar a ortotropia do material e a variação de orientação das lâminas. De acordo com WEINGARTEN et al. (1968), DNV (2003b) e VINSON & SIERAKOWSKI (2002), a pressão crítica de cascas cilíndricas longas pode ser calculada através da expressão:

$$p_{cr} = \frac{3}{R^3} \left(D_{22} - \frac{B_{22}^2}{A_{22}} \right) \quad (12)$$

Recomendando-se considerar $k_p = 0,75$ (WEINGARTEN et al., 1968; DNV, 2003b). Os coeficientes A_{ij} , B_{ij} e D_{ij} , representam a rigidez à extensão, extensão-flexão e flexão do laminado, respectivamente, e são calculados de acordo com a Eq. (9).

É importante notar que Eq. (4) θ representa o ângulo de enrolamento das fibras, isto é, o ângulo que as fibras fazem com a direção axial, logo $\theta = 90^\circ$ corresponde a fibras na direção circunferencial. Em consequência, as direções 1 e 2 nas Eqs. (12) e (9) correspondem às direções axial e circunferencial, respectivamente. No caso de cascas isotrópicas tem-se que $B_{ij} = 0$ e $D_{22} = D = E t^3 / 12(1 - \nu^2)$. Assim, pode-se mostrar que a Eq. (12) se reduz à Eq. (10).

A análise de colapso pelo Método dos Elementos Finitos requer a utilização de um modelo cilíndrico que seja suficientemente longo, uma vez que a pressão crítica e o modo de flambagem dependem, até certo ponto, do comprimento do modelo. Uma estimativa da pressão e do modo de colapso é obtida realizando uma análise de flambagem linearizada (OCHOA, 2006) através da solução de um problema de autovalor generalizado. É importante notar que este processo não permite levar em conta os efeitos das imperfeições geométricas.

O cálculo da carga crítica uma malha mais refinada que para a análise de tensões convencional, especialmente na direção circunferencial, devido à necessidade de representar as diversas ondas dos modos de flambagem. A simetria não foi utilizada, pois pode levar a uma pressão de colapso superior ao valor real. A análise foi realizada utilizando o programa ABAQUS, que é um software bastante conhecido para análise de estruturas pelo MEF.

A pressão hidrostática é sempre perpendicular à superfície da casca se comportando como uma força seguidora (*follower force*). A não consideração da mudança de direção da pressão após a deformação da casca pode levar a uma superestimação da carga crítica real. A fim de evitar este problema, este efeito foi incluído na análise através da consideração da matriz de rigidez das cargas (*load stiffness*) correspondente à pressão interna (SCHWEIZERHOF e RAMM, 1984; MOK *et al.*, 1999).

Resultados e Discussão

Como discutido anteriormente, a investigação da resistência ao colapso pelo MEF requer um modelo suficientemente longo. Então, a fim de investigar o efeito do comprimento na pressão de colapso foi modelado um riser compósito com diâmetro interno de 0.1746 m e espessura total de 0.010 m. Os materiais utilizados são o aço e carbono-epóxi, cujas constantes elásticas estão nas Tabela 1 e Tabela 2. O comprimento do riser foi variado conforme ilustrado na Tabela 3.

Foi considerado inicialmente um tubo de aço e em seguida um tubo compósito com a laminação (90/0/90)_s. Assim, o tubo de compósito laminado é composto 6 camadas alternadas na direção circunferencial (*hoop*), para resistir à pressão interna e externa, e na direção axial, para resistir às tensões normais e de flexão, além de fornecer rigidez axial e de flexão ao riser. As propriedades mecânicas do aço e do material compósito no sistema do material são apresentadas na Tabela 1 e Tabela 2, respectivamente.

Tabela 1 – Propriedades mecânicas do aço API X65.

E (GPa)	ν
207	0,3

Tabela 2 – Propriedades elásticas do carbono-epóxi (AS4) – (REDDY, 1996).

E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	E_3 (GPa)	G_{12} (GPa)	G_{13} (GPa)	G_{23} (GPa)	ν_{12}	ν_{13}	ν_{23}
137.9	9.0	9.0	7.1	7.1	6.2	0.30	0.30	0.49

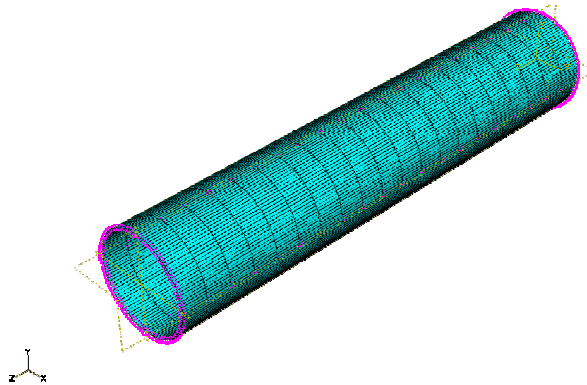


Figura 2 – Modelo de EF.

Na modelagem do problema foram utilizados elementos finitos de casca quadráticos com 8 nós e integração reduzida (S8R), tendo sido adotada uma malha com 80 elementos na direção circunferencial e 20 elementos na direção longitudinal, como ilustrado na Figura 2. As condições de contorno foram impostas aos modelos de elementos finitos de maneira que os deslocamentos radiais fiquem livres e os deslocamentos axiais impedidos na base e no topo.

Tabela 3 – Pressão de colapso laminação (90/0/90)_s e do Aço API X65.

L/R	p_{col} Aço (MPa)	p_{col} Compósito (MPa)
1	67.7885	31.2090
2	69.6196	31.2217
3	70.1727	31.2260
5	70.6176	31.2295
8	70.8683	31.2315
10	70.9516	31.2322
13	71.0280	31.2328
22	71.1293	31.2336
34	71.1779	31.2338
39	71.1888	31.2340

A Tabela 3 mostra os valores da pressão de colapso para diferentes comprimentos. A resposta analítica para o aço é 72.321 MPa e para a laminação (90/0/90)_s é 33.414 MPa. A Figura 3 mostra o

comportamento da pressão de colapso de acordo do comprimento. Estes resultados mostram que a partir de $L/R = 5$, a pressão de colapso começa a se estabilizar. Contudo, para evitar problemas nas demais análises serão considerados tubos com relação L/R igual a 10. O tubo de aço foi mais sensível a esta variação que o tubo compósito. É importante notar que os resultados numéricos para o tubo isotrópico são mais próximos que para o laminado, indicando que a Eq. (12) é apenas uma expressão aproximada para o cálculo da pressão de colapso.

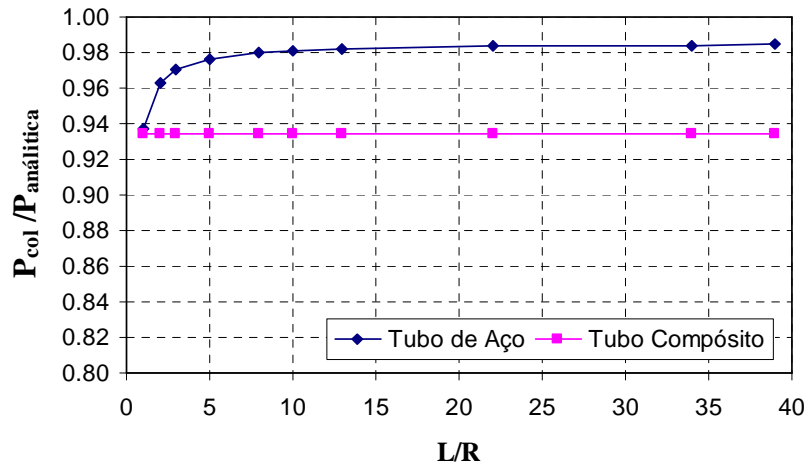


Figura 3 – Variação da pressão de colapso do tubo de aço e do tubo de laminação $(90/0/90)_s$.

As figuras abaixo mostram os dois primeiros modos de flambagem do tubo laminado $(90/0/90)_s$. O 1º modo de flambagem é um modo de falha típico de tubos rígidos apresentando um esmagamento da seção em relação a um plano de simetria, também chamado de modo de esmagamento.

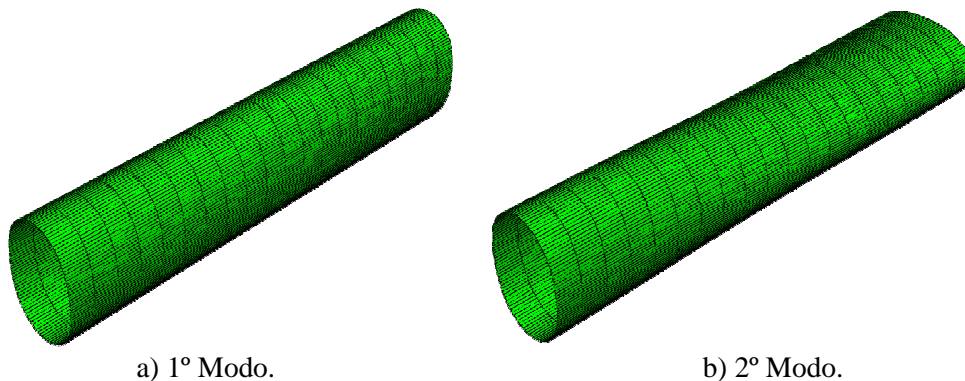


Figura 4 – Modos de flambagem do tubo compósito $(90/0/90)_s$.

As expressões analíticas apresentadas anteriormente mostram que a resistência ao colapso é governada principalmente pela rigidez à flexão da parede do tubo laminado na direção circunferencial, representada pelo parâmetro D_{22} . Por sua vez, este parâmetro depende basicamente dos módulos de elasticidade dos materiais e da sua distribuição ao longo da parede do laminado. A fim de avaliar o efeito do esquema de laminação, várias laminações foram propostas mudando o número de camadas, a espessura e a orientação das camadas. Em todos os casos manteve-se constante a espessura total da parede do tubo.

A escolha do esquema de laminação dependerá dos carregamentos atuantes no riser, além da pressão externa, a pressão interna, forças axiais, de flexão e torção, por exemplo. Por isso, várias laminações foram consideradas, com o objetivo de avaliar o efeito do esquema de laminação sobre a pressão de colapso. As laminações são mostradas na Tabela 4. As laminações 1, 2, 3, 4 e 6 são simétricas, e a matriz \mathbf{B} , Eq. (8), é nula e não haverá acoplamento membrana-flexão. Por outro lado, se

a laminação for assimétrica (laminadas 5, 6 e 7), existirá o acoplamento membrana-flexão, pois alguns termos da matriz **B** não são nulos.

Tabela 4 – Pressão de colapso para diversas laminadas.

Laminadas	p_{col} (MPa)		Diferença
	Analítica	MEF	
1 (0)	2.878	2.854	0.83%
2 (90)	44.102	40.357	8.49%
3 (90/0/90) _s	33.414	31.234	6.52%
4 (90/0/90/0/90/0/90)	32.204	30.128	6.45%
5 (90/0) ₅	22.948	22.043	3.94%
6 (90/0) ₄	22.642	21.812	3.67%
7 (45/-45/45-45) _s	14.434	13.0415	9.65%
8 (45/0/45/0) _s	10.823	9.493	12.28%
9 (45/0) ₄	8.475	7.784	8.16%

A literatura classifica os compósitos em *cross-ply* e *angle-ply* (REDDY, 1996). Os compósitos são denominados *cross-ply* quando houver somente fibras orientadas a 0° ou 90°, como as laminadas 1 a 4. Por outro lado, quando as fibras tiverem qualquer orientação, o laminado é chamado de *angle-ply*, como as laminadas 5 a 7. O laminado é simétrico quando apresenta material, espessura e esquema de laminação simétrico em relação à superfície média. Quando o laminado apresentar um esquema de laminação não-simétrico e material e espessura simétricos em relação à superfície média ele é dito não-simétrico (REDDY, 1996).

A Tabela 4 mostra os resultados da pressão de colapso para diferentes laminadas. É importante lembrar que as expressões analíticas foram desenvolvidas para materiais ortotrópicos, mesmo assim os resultados foram excelentes para a laminação 1 (0°), mas o mesmo não ocorreu para a laminação 2 (90°). Observa-se que para as laminadas com camadas orientadas a 0° e 90° (*cross-ply*) a pressão de colapso é bem superior a das laminadas com orientação 0° e 45° (*angle-ply*). Portanto, o acoplamento membrana-flexão parece ter um efeito prejudicial sobre a pressão de colapso do tubo compósito.

As diferenças entre as respostas analíticas e do MEF variam com o esquema de laminação, mas nota-se que a resposta numérica é sempre inferior à analítica indicando que as expressões analíticas superestimam a pressão de colapso. É importante notar que o elemento S8R utilizado na modelagem do problema é um elemento de casca espessa, onde o efeito do cisalhamento transversal é considerado de acordo com as hipóteses de Reissner-Mindlin. Por outro lado, as expressões analíticas foram obtidas para o caso de cascas finas e não levam em consideração este efeito, o que explica parte das diferenças observadas entre as respostas analíticas e do MEF.

Conclusões

Os resultados mostraram que a variação foi menor que o esperado e que a partir do L/R igual a 8 a pressão de colapso começa a se estabilizar. Primeiramente, utilizou-se uma lâmina orientada a 0° e depois a 90°, a fim de avaliar as expressões analíticas para materiais ortotrópicos. No primeiro caso os resultados foram excelentes, mas no segundo os resultados mostraram uma discrepância significativa.

A seguir, foram consideradas várias laminadas simétricas e não-simétricas para o tubo compósito com as mesmas especificações básicas do tubo compósito (90/0/90)_s, mudando apenas o número de camadas, a espessura das camadas e a orientação das camadas. Como a espessura é constante o consumo de material é o mesmo em todas elas, por outro lado os resultados obtidos mostraram uma significativa variação da pressão de colapso com o esquema de laminação adotado.

Observou-se que laminadas do tipo *cross-ply* levam a pressões de colapso superiores às laminadas *angle-ply*. Verificou-se também que laminadas simétricas levam à pressões de colapso

superiores às de laminações não-simétricas. Estes resultados são de grande importância prática na escolha da laminação mais adequada para resistir à pressão externa.

Finalmente, é importante notar que a concordância entre os resultados analíticos e numéricos apesar de não ser perfeita, é satisfatória para o caso de laminações *cross-ply*. Contudo, a diferença para o caso de laminações *angle-ply* é significativa mostrando que as expressões analíticas devem ser utilizadas com cautela devido às aproximações envolvidas na sua dedução.

Este trabalho faz parte do início de um estudo de estabilidade de risers de materiais compósitos. As próximas etapas deste trabalho será a realização de análises não-lineares para estudo do comportamento pós-crítico de tubos laminados. Outro aspecto importante a ser estudado futuramente é a consideração das imperfeições geométricas iniciais causadas pelo processo de fabricação, uma vez que essas estruturas são bastante sensíveis a imperfeições de carga e geométricas. Além da consideração da pressão interna e forças axiais compressivas e da combinação de carregamentos.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao CNPq, FUNCAP e ANP pelo apoio financeiro ao desenvolvimento desta pesquisa.

Referências Bibliográficas

- Bathe, K. J. Finite Element Procedures. Prentice-Hall, 1996.
- Bazant, Z. P.; Cedolin L., 1991. "Stability of Structures: Elastic, Inelastic, Fracture and Damage Theories". Oxford University Press, New York.
- DNV – Det Norske Veritas, 2003. DNV-RP-F202 – Composite Risers – Recommended Practice.
- Hana, J.Y., Junga, H.Y., Chob, J.R., Choi, J.H., Baed, W.B., 2008, "Buckling analysis and test of composite shells under hydrostatic pressure". Journal of materials processing technology, p.742-745.
- Jones, R. M., 1999. "Mechanics of Composite Materials". 2 ed. Philadelphia: Taylor & Francis.
- Kim, W. K., 2007. "Composite Production Riser Assessment", PhD's Dissertation, Texas A&M University, USA.
- Mok, D.P., Wall W. A., Bischoff, M. and Ramm, E., 1999. "Algorithmic aspect of deformation dependent loads in non-linear static finite element analysis", Engineering Computations, Vol. 16, p. 601-618.
- Ochoa, O. O., 2006. "Composite Riser: Experience and Design Practice", Final Project Report, Offshore Technology Research Center (OTRC), Texas A&M University.
- Schweizerhof, K. e Ramm, E., 1984, "Displacement Dependent Pressure Loads in Nonlinear Finite Element Anlysis", Computers and Structures, v. 18, pp. 1099-1114.
- Seong-Hwa Hur, Hee-Jin Son, Jin-Hwe Kweon, Jin-Ho Choi, 2008, "Postbuckling of composite cylinders under external hydrostatic pressure" Composite Structures, Vol.86, p. 114-124.
- Reddy, J. N., 2004. "Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis", 2. ed., CRC Press.
- Vinson, J. R.; Sierakowski, R. L., 2002. "The Behavior of Structures Composed of Composite Materials", Kluwer Academic Publishers.
- Weingarten, V. I.; Seide, P.; Peterson, J. P., 1968. "Buckling of Thin-Walled Circular Cylinders", NASA SP 8007, Space Vehicle Design Criteria (Structures).
- Yang, C.; Pang, S.; Zhao, Y., 1997. "Buckling Analysis of Thick-Walled Composite Pipe under External Pressure", Journal of Composite Materials, v. 31, p. 409-426.