

In: CASTRO FILHO, José Aires de; BARRETO, Marcilia Chagas; BARGUIL, Paulo Meireles; MAIA, Dennys Leite; PINHEIRO, Joserlene Lima (Orgs.). **Matemática, cultura e tecnologia: perspectivas internacionais**. Curitiba: CRV, 2016. p. 181-214.

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: fractais em movimento

Paulo Meireles Barguil

Introdução

Este artigo amplia meu trabalho *Recursos didáticos na Educação Matemática*, apresentado no 3º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – SIPEMAT (BARGUIL, 2012a), realizado em junho de 2012, na cidade de Fortaleza. Compreendo, tal como Marshall McLuhan apud Gaiarsa (s/d, p. 13), que “O acontecer é global e simultâneo. Ao passo que o verbal é sucessivo e linear...”. A divisão, o fracionamento do todo é uma estratégia que o Homem utiliza para entendê-lo, pois a realidade sempre escapará dos seus limitados sentidos. Essa característica da vida não deve ser motivo de desânimo, mas um alerta para ele, a cada instante, se lembrar do aspecto parcial do conhecimento.

Refletirei sobre três temáticas principais: Educação, Matemática e Educação Matemática. Elas não são por mim entendidas como elementos distintos, embora que relacionados, mas como recortes arbitrários, socialmente aceitos, na tentativa de se aproximar de uma compreensão mais ampla da realidade. Buscarei estabelecer vínculos entre essas duas áreas: Educação e Matemática. Cada uma delas abriga um conjunto de conceitos, postulados, crenças, axiomas..., os quais, por vezes, podem ser interpretados como contraditórios, convidando o Homem a decifrá-los. É necessário, assim, que ele adote uma atitude de flexibilidade para modificar sentimentos, comportamentos e pensamentos nessa aventura ontológica.

O novo conjunto – Educação Matemática – formado pela interseção dessas áreas manterá, também, a diversidade e os desafios dos conjuntos originários (talvez, até, os ampliem!). Em virtude da minha trajetória acadêmica, entendo a Educação Matemática dedicada a um conteúdo específico: a Matemática. O fenômeno educativo acontece numa sociedade, o que significa dizer num ambiente caracterizado por contradições, que variam de tipo e intensidade. Educar, portanto, é tentar equilibrar aspectos por vezes obtusos, sejam eles pessoais ou coletivos. Acredito que os conflitos sociais são a ampliação das colisões pessoais, motivo pelo qual entendo a Educação, em sentido amplo, como a oportunidade que cada pessoa tem de, em múltiplos espaços-tempos, encontrar um maior equilíbrio interno, que se expressa na qualidade das relações que ela estabelece com o mundo.

Penso que a Educação Matemática pode favorecer o fascinante processo de conhecimento pessoal, que se constitui, no meu entendimento, na mais importante missão de cada um de nós. Dedicarei uma seção para cada uma das temáticas – Educação, Matemática e Educação Matemática – e, no final, apresentarei algumas inferências.

Educação: *educare* ou *educere*?

*“Ó homem, conhece-te a ti mesmo e conhecerás os deuses e o universo.”
(Inscrição no oráculo de Delfos)*

Educação provém de dois vocábulos latinos: *educare* – orientar, nutrir, decidir num sentido externo, levando o indivíduo de um ponto onde ele se encontra para outro que se deseja alcançar – e *educere* – conduzir, promover o surgimento de dentro para fora das potencialidades que o indivíduo possui (TELES; MENDONÇA, 2006, p. 160).

Penso que a escolha de cada uma dessas concepções leva a caminhos, aventuras, sentimentos e descobertas bem distintas. Haverá quem defenda que elas são excludentes, bem como haverá quem diga que elas são conciliáveis, que se pode aproveitar o que de bom existe numa e noutra. Enquanto uma pressupõe a necessidade de o Homem ser guiado por uma força externa, outra acredita que ele já nasce com o que precisa para se desenvolver. Ambas reconhecem os dois elementos constituintes – o Homem e o ambiente – sendo a equação entre eles a brincadeira de filósofos e cientistas. O Homem, um dos seres mais complexos da natureza, tem desenvolvido, ao longo da sua breve existência, uma série de ações educativas, as quais se caracterizam pela ampliação da sua capacidade de interagir com o ambiente, aqui entendido como tudo o que nele há. Ampliar a consciência de si, distinto, mas profundamente ligado à natureza, é o maior desafio de cada pessoa.

A sua complexa estrutura biológica, desenvolvida em bilhões de anos, permite que o Homem conheça e modifique o mundo, o qual, todavia, não deve ser entendido como um objeto, um brinquedo que pode se desmontado de acordo com os desejos, caprichos de cada pessoa. Há de se cuidar, pois tudo o que fazemos tem uma consequência: externa e interna. Pensando individualmente, a vida na Terra é frágil. Pensando coletivamente, a vida na Terra é forte.

Interagindo em distintos espaços-tempos e suas respectivas características, o Homem desenvolveu diversos conhecimentos – Arte, Ciência, Filosofia e Religião (entendida, aqui, como Espiritualidade) – que se caracterizam pela diversidade de concepções, instrumentos e finalidades. Desde meados do século passado, temos ouvido, com frequência crescente, que a Educação está em crise.

Será mesmo que é a Educação que está em crise? Não estaria também o mundo em crise? Do ponto de vista sistêmico, é impossível algo menor acontecer sem qualquer vínculo com a realidade na qual está inserido. Entendo, pois, que o mundo e a Educação estão em crise, a qual expressa que os processos e os frutos que os caracterizam, de um modo geral, não são mais satisfatórios. Escapa ao objetivo desse artigo contemplar diretamente os aspectos sociais, motivo pelo qual me deterei nos aspectos educacionais, os quais, todavia, devem ser entendidos na sua (in)tenso relação com a realidade mais ampla.

Na seara educacional, que crise é essa? Quais são os acontecimentos, os sintomas que estão revelando que a dinâmica entre os elementos do conjunto das práticas educacionais – conteúdos, objetivos, metodologias, recursos didáticos, ambientes... – não é mais satisfatória? É atribuição do professor investigar, individual e coletivamente, os motivos que contribuem para esse panorama – *diagnosticar* – e esboçar alternativas para modificá-la – *planejar* – sabendo que a incerteza é uma das características centrais da natureza. Para entender a crise educacional, acredito que é necessário questionar a forma como produzimos e socializamos, fora e dentro da escola, o conhecimento. Bransford, Brown e Cocking (2007, p. 104-105) apresentam três distinções em relação à aprendizagem na vida cotidiana e na escola, dispostas no quadro abaixo, de minha autoria:

Quadro 1 – Características da aprendizagem na vida cotidiana e na escola

Características	Ambiente	
	Vida cotidiana	Escola
Ênfase no trabalho...	cooperativo	individual
Uso intensivo...	de ferramentas	da mente
Raciocínio...	contextualizado	abstrato

Fonte: Elaboração própria a partir de Bransford, Brown e Cocking (2007, p. 104-105).

Os autores defendem que, tendo em vista que os ambientes cotidianos mudam rapidamente, os estudantes devem ser capazes de aprender a se adaptar, motivo pelo qual é fundamental que a escola possibilite que eles: i) partilhem experiências e saberes; ii) usem ferramentas para diminuir os erros; e iii) raciocinem a partir de situações reais. Acredito que a distância entre os ritos sociais e acadêmicos nos ajuda a entender melhor os problemas de muitas salas de aula.

Educar, na minha concepção, é preparar as novas gerações, mediante perguntas, para formularem alternativas para os problemas contemporâneos e não somente para repetir as respostas de indagações antigas, algumas inclusive ignoradas por quem ensina. Defendo a ideia de que a solução de alguns dos

problemas educacionais e sociais prescinde de que os professores saibam ver os desafios da sua realidade e ouvir as perguntas dos seus estudantes, para que todos juntos procurem as respostas. Nessa caminhada, hão de ser consideradas as soluções do passado, sendo necessário, contudo, que elas sejam validadas, ou seja, revelem-se eficientes no presente.

Aqui se encontra o perigo das escolas: de tanto ensinar o que o passado legou – e ensinar bem – fazem os alunos se esquecer de que o seu destino não é o passado cristalizado em saber, mas um futuro que se abre como vazio, um não-saber que somente pode ser explorado com as asas do pensamento. Compreende-se então que Barthes tenha dito que, seguindo-se ao tempo em que se ensina o que se sabe, deve chegar o tempo quando se ensina o que não se sabe. (ALVES, 1994, p. 55).

Ensinar e aprender são dois processos distintos, específicos e que devem ser articulados. Professor e estudante, portanto, precisam se empenhar para que, nos seus tempos e modos, possam, ambos, ensinar e aprender. Desconfio que a expressão “processo ensino-aprendizagem” insinua que o ensino antecede a aprendizagem e que professor e estudante são responsáveis exclusivos de cada metade: o professor pelo ensino, o estudante pela aprendizagem. Na Educação Tradicional, chamada por Paulo Freire de Educação Bancária, “[...] a educação se torna um ato de depositar, em que os educandos são os depositários e o educador o depositante.” (FREIRE, 1988, p. 58).

No entendimento de Freire (1988), a Educação Bancária apresenta o saber numa narrativa acrítica, como algo natural. Tal prática contribui para a passividade, a inércia e impede o estudante de entender, cognitivamente e afetivamente, que o conhecimento, tal qual a realidade, é fruto de um processo histórico. A Educação Bancária, destarte, está a serviço da domesticação e da manutenção do instituído, levando à desumanização.

Refutando a Educação Bancária, seus pressupostos e suas consequências, Freire (1988) defende uma Educação Problematicadora, a qual, por desejar e buscar a humanização, compromete-se com a transformação da realidade, favorecendo o diálogo entre os agentes pedagógicos. No entendimento freiriano, conhecer, para o Homem, é compreender e significar o mundo, aceitando os desafios que a vida, ininterruptamente, o oferece e tentar resolvê-los, incrementando seu vínculo com o Cosmos. Entendo, pois, que a Educação Problematicadora favorece a construção da cidadania, objetivo central do processo educativo, entendida como a capacidade de “[...] inserção das pessoas no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura, no âmbito da sociedade brasileira” (BRASIL, 1997, p. 29), e está em sintonia com a proposta de Educação Matemática Crítica, formulada por Skovsmose (2011), que articula a Educação Matemática e a Educação Crítica.

Os postulados de Skovsmose (2011, p. 12-13) para a Educação Matemática Crítica são: i) a Educação Matemática não pode ser apenas um instrumental na sociedade tecnológica, mas deve permitir o desenvolvimento de um pensamento crítico sobre ela; e ii) a Educação Crítica precisa se relacionar com as ciências tecnológicas para não ser por ela dominada, tornando-se, assim, uma teoria educacional sem importância e acrítica. A Educação Crítica requer a transformação da relação professor-estudante, com o abandono dos monólogos docentes e dos silêncios discentes e o acolhimento do diálogo entre esses agentes pedagógicos, condição indispensável para a constituição de subjetividade. Se almejamos cidadãos críticos na sociedade, é necessário que eles aprendam isso também na sala de aula, tanto no que se refere aos conteúdos, como às práticas educacionais.

No entendimento de Skovsmose (2011, p. 19), uma Educação Crítica se manifesta pela criticidade curricular, sendo necessário, portanto, refutar a objetividade e a neutralidade do currículo e buscar revelar os seus princípios, mediante algumas indagações sobre o assunto: **aplicabilidade** (“Quem o usa? Onde é usado? Que tipos de qualificação são desenvolvidos na Educação Matemática?”), **interesses** (“Que interesses formadores de conhecimento estão conectados a esse assunto?”), **pressupostos** (“Que questões e que problemas geraram os conceitos e os resultados na Matemática? Que contextos têm promovido e controlado o desenvolvimento?”), **funções** (“Que possíveis funções sociais poderia ter o assunto?”) e **limitações** (“Em quais áreas e em relação a que questões esse assunto não tem qualquer relevância?”).

Outro aspecto a ser considerado pela Educação Crítica é o fato de que a Educação se desenvolve numa sociedade com problemas, que precisam ser enfrentados, e não negados ou desconsiderados, no ambiente escolar pelos seus agentes. Essas peculiaridades se revelam tanto nos pleitos discentes, como nas demandas sociais, de modo especial a responsabilidade do Estado na oferta dos serviços básicos (educação, saúde, transporte...). O professor, a partir da sua compreensão de **como** e **para que** o Homem aprende, elabora as situações de ensino, à luz das especificidades do conteúdo e dos saberes discentes.

A Educação esteve, durante séculos, muito atenta ao ensino, acreditando que a aprendizagem é decorrência natural desse. Para abandonar a Educação Tradicional, no que se refere aos métodos e objetivos, e vivenciar uma Educação Problematicadora, é imperativo que se transforme o entendimento sobre o **como** se aprende. Em relação ao conhecimento, é imprescindível se indagar: “Conhecer para quê?”, “Conhecer o quê?”, “Quem conhece?”, “Quando conhece?”, “Como conhece?”... Responderei, nesse texto, de forma mais detalhada, a duas perguntas: “Para que o Homem aprende” e “Como o Homem aprende?”, buscando nelas contemplar também as demais.

Para que o Homem aprende?

*“Eu tô aqui pra quê?
Será que é pra aprender?
Ou será que é pra aceitar,
me acomodar e obedecer?”
(Gabriel O Pensador, Estudo errado).*

O mundo é repleto de mistérios à espera de serem descobertos. Quanto mais o Homem conhece algo, mais percebe que existem outros segredos. Conhecer é tornar-se próximo, íntimo, aceitando o convite da vida para desvelar segredos. O conhecimento é possível para quem admite que ignora, não sabe. Ou seja, para aprender, a pessoa precisa ser humilde.

Há milênios, o Homem, em qualquer espaço-tempo, é convidado a aprender sobre o mundo: externo e interno, material e imaterial. As lições, às vezes, são mais fáceis e rápidas; outras, mais demoradas, seja em virtude da complexidade, seja em virtude da resistência do estudante em abandonar um saber, mesmo quando esse se revela superado.

Nos primórdios da nossa História, todas as pessoas da comunidade eram envolvidas nos processos de ensino e de aprendizagem, voltados essencialmente a aspectos relacionados à sobrevivência: comida, moradia e proteção. Ensinar e aprender aconteciam na vida: vendo, fazendo, explicando, perguntando, avaliando... Os sentidos – visão, olfato, tato, audição e paladar – eram essenciais, pois ligavam os indivíduos ao mundo.

Com o desenvolvimento da agricultura, o Homem fixou residência e ampliou, cada vez mais, suas interações sociais. Vários povos (Grécia, Roma, Índia e China) na Antiguidade desenvolveram sistemas escolares, com o objetivo de preparar as novas gerações para determinadas áreas, de modo especial, para a guerra, a política e a religião.

O aumento das informações sensoriais permitiu a formação das diversas Ciências. Durante milênios, a escuta e a fala, dimensões da oralidade, se constituíram nos processos básicos de socialização do conhecimento. A criação da prensa móvel, com a utilização de caracteres de chumbo, que permitiam várias utilizações, em 1439, por Johannes Gutenberg, permitiu que a Humanidade registrasse e divulgasse de forma muito mais eficiente e rápida o saber por ela construído.

Até essa época, a escrita de livros, em virtude do seu processo artesanal, era demorada, implicando no seu alto custo e no fato de serem raros. A leitura, nesse contexto, era uma habilidade desnecessária e inócua para quase todo mundo, motivo pelo qual a grande maioria da população era analfabeta.

A reprodução em série de livros criação possibilitou um grande salto na história da humanidade.¹

A Educação, a partir do grau de organização e intencionalidade empreendidos, pode ser classificada como *formal* – destinadas à Educação Básica e Educação Superior (no caso do Brasil) – *não-formal* – caráter complementar e suplementar em relação à formal – e *informal* – processo contínuo e assistemático.

No que se refere à relação entre Educação Formal e Sociedade, ela pode ser classificada como *redentora* – a Educação tem o poder de salvar a Sociedade das ameaças individuais e grupais – *reprodutora* – a Educação perpetua a dinâmica da Sociedade – e *transformadora* – a Educação pode modificar ou perpetuar a Sociedade, pois essa é historicamente construída.

Conforme Libâneo (1996), os elementos constituintes da práxis escolar – papel da escola, conteúdos de ensino, métodos, relacionamento professor-estudante, pressupostos de aprendizagem e manifestações na prática escolar – se expressam de modo peculiar nas concepções pedagógicas de cada tendência.

A escolha da concepção pedagógica adotada depende tanto dos objetivos que se vislumbra alcançar como do entendimento que se tem de como o Homem aprende, aspecto abordado a seguir.

Como o Homem aprende?

“[...] a falta dos sentidos, evidenciada na repressão de corpos e mentes de professores e estudantes, leva, inexoravelmente, à falta de sentido dos ritos escolares, manifestada, na maioria das vezes, na apatia, no silêncio ou na violência dos agentes pedagógicos.” (BARGUIL, 2006, p. 15).

Durante séculos, a grande maioria das práticas escolares expressa a convicção de que o conhecimento pode e deve ser transmitido, cabendo ao professor falar e demonstrar (ensinar) e ao estudante ouvir e repetir (aprender). Essa metodologia, que privilegia a mecanização do Homem, ignora a natureza do Homem e o iguala aos demais seres da natureza no que se refere à sua capacidade de transformar a realidade.

O Homem é um espécime extremamente complexo, fruto de bilhões de anos de incremento da complexidade das suas estruturas biológicas, as quais têm sido mais compreendidas nas últimas décadas. A interação Homem-ambiente acontece em três níveis, que se expressa em distintas regiões do cérebro – sensorial, motora e associativa (HERCULANO-HOUZEL, 2010, p. 06-07).

1 Sugiro o vídeo *Suporte técnico na Idade Média*, disponível em: <<http://www.youtube.com/watch?v=duccYY-XbYJk>>.

As especificidades de cada uma delas e os vínculos entre elas estão sendo, aos poucos, decifrados, permitindo que o Homem estabeleça relações intra e interpessoais mais harmônicas e, portanto, mais amorosas. É lamentável que a palavra amor seja um vocábulo raro em textos sobre Educação, ainda mais em Educação Matemática. Essa estranheza revela, no meu entendimento, quão distantes estamos do nosso centro.

O desvelar desses mistérios nos conduz, também, à ampliação da nossa consciência cósmica e, assim, ao desenvolvimento espiritual. O excesso de atividade na região associativa, característica das sociedades (e das pessoas) guiadas pela Ciência Moderna, afasta o Homem do seu equilíbrio e cria uma sensação de abandono, de carência e de falta de sentido na vida.

Para fugir do mal-estar, o Homem, de modo geral, intensifica a sua atividade cognitiva, aprofundando ainda mais a sua crise. A nível social, o consumismo e as relações baseadas no poder expressam essa desarmonia. Quebrar esse círculo vicioso é difícil por dois motivos: i) o Homem ignora as causas do desequilíbrio; e ii) é mais fácil para ele fazer o que já sabe do que desenvolver novas habilidades...

Conforme Bruner (2001, p. 15-19), são duas as concepções sobre o funcionamento da mente: o “**computacionalismo**” – o Homem, tal como um computador, processa informações, as quais estão se apresentam a ele num código linguístico compreensível – e **culturalismo** – o Homem, como um ser simbólico, produz cultura ao interpretar o mundo em que vive.

As implicações dessas concepções no contexto escolar são intensas, gerando cenários bastante antagônicos. No “**computacionalismo**”, é responsabilidade do professor fornecer aos estudantes dados – *signos* – para que esses executem os comandos cerebrais pertinentes e possam aprender. No **culturalismo**, é atribuição do professor instigar e acompanhar, mediante atividades diversas, o desenvolvimento holístico de cada estudante, pois a compreensão – **significado** – de um mesmo acontecimento é singular.

Entendo ser adequada e pertinente a distinção entre **significante** – é de domínio social (por exemplo, a escrita ou o nome dos algarismos) e pode ser socializado – e **significado** – é constituído por cada pessoa, num processo de mediação social, onde a atividade do sujeito é fundamental.

Acredito que muitos dos problemas de aprendizagem decorrem da inadequação da dinâmica empreendida pelo docente, que costuma acreditar que o domínio do conteúdo específico e de certas técnicas, inspiradas no “**computacionalismo**”, é suficiente para garantir a aprendizagem discente. Parece-me que tais práticas pedagógicas são baseadas na crença de que as pessoas são tábulas rasas, ou seja, desprovidas de experiências: sentimentos, movimentos e pensamentos.

Nas últimas décadas, a distância entre as formas de se aprender fora e dentro da escola, sintetizada no Quadro 1, aumentou consideravelmente, pois as Novas Tecnologias da Informação e Comunicação – NTIC – ampliaram quantitativa e qualitativamente as informações elaboradas pelo Homem. A permanência de ritos seculares, a despeito dessas mudanças na sociedade, tem contribuído para que a escola, para muitos dos seus frequentadores, passasse a ser um ambiente desagradável e, por vezes, hostil.

A insatisfação é sentida tanto pelos jovens como pelos membros do corpo técnico-pedagógico. Há mútuas críticas e acusações e a escola aparece, ao mesmo tempo, como causa, consequência e espelho dos problemas aos quais, muitas vezes, não consegue responder e cuja solução não se encontra ao seu alcance. (ABRAMOVAY; RUA, 2004, p. 93-94).

Postulo, portanto, a necessidade de empreender uma transformação radical na forma como ensinamos na escola. O Homem aprende para melhorar a sua vida, torná-la mais satisfatória, em todos os aspectos. **Aprender é mudar!** No atual contexto educacional, entendo que esse mantra torna-se ainda mais significativo e urgente a sua vivência.

Necessário, pois, que a Educação deixe de ser *bancária* – o conhecimento é “guardado” em gavetas pelo estudante, após a transmissão acrítica dos conteúdos pelo professor – e assuma sua dimensão *libertadora/problematizadora* – o conhecimento é entendido pelo estudante na sua dimensão histórica, contemplando a sua construção e a sua importância, que elabora sentido sobre o saber socializado.

Defendo, portanto, o abandono da Pedagogia do Discurso, que acredita ser possível o conhecimento ser transmitido pelo professor e absorvido pelo estudante, e se adote a Pedagogia do Percuro, na qual a ação educativa acontece com a transformação, em ritmos ímpares, de todos os envolvidos, que se percebem aprendizes e, também, ensinantes.

Para que isso ocorra, compartilho da opinião de Freire (2009, p. 122-123) sobre o papel da escola:

Uma das tarefas essenciais da escola, como centro de produção sistemática de conhecimento, é trabalhar criticamente a inteligibilidade das coisas e dos fatos e a sua comunicabilidade. É imprescindível, portanto, que a escola instigue constantemente a curiosidade do educando em vez de ‘amaciá-la’ ou ‘domesticá-la’.

Não me alongarei nessas reflexões, pois a minha intenção era explicitar o fato de que conhecemos porque vivemos em sociedade, com problemas variados e intrincados, que precisam ser solucionados para termos equilíbrio,

individual e coletivo. No contexto atual, o modelo escolar pautado na transmissão do conhecimento, com ênfase na oralidade do adulto, tem se revelado inadequado, seja pela insatisfação nas relações entre os agentes pedagógicos, seja pelas revelações de diferentes áreas da Ciência quanto à dinâmica do Homem, um ser relacional.

Em síntese: a Humanidade aprendeu e aprende porque, diante de situações, perguntou e pergunta, buscando coletivamente a resposta. O conhecimento, portanto, é fruto da interação desencadeada por um problema, um desafio. Esse processo dura o tempo necessário para se encontrar uma solução considerada satisfatória e pode ser retomado a qualquer momento, quando os seus limites são descobertos.

A escola, na maioria das vezes, inicia o ensino apresentando o produto final desse processo (as definições, os conceitos, as regras...), como algo que caiu do céu pronto e sem qualquer vínculo com a realidade. Os exercícios, as atividades servem para verificar se os estudantes guardaram, decoraram a informação. Essa metodologia impede que o estudante apre(e)nda conteúdo e possibilita apenas que esse o memorize, se for o caso, por pouco tempo.

Acredito que a Matemática, por se caracterizar pela busca de padrões e elaboração de conjecturas, hipóteses pode contribuir para que geremos na escola uma nova forma de conhecer o mundo e, assim, transformá-lo num lugar melhor. É o que desenvolvo a seguir.

Matemática: a arte de decifrar

*“A Matemática é o alfabeto com que Deus escreveu o universo.”
(Galileu Galilei)*

Diante do mundo-mistério, a Humanidade tem desenvolvido, em múltiplos espaços-tempos, diversas interpretações do mundo, as quais podem ser agrupadas em Arte, Ciência, Filosofia e Religião. Cada área da Ciência, assim como dos demais grupos, assemelha-se a uma lente colorida. Quando o Homem a usa, percebe o Mundo com a sua cor, ou seja, de acordo com os conhecimentos de cada área.

O desejo do Homem, desde sempre, é compreender a realidade, identificando as relações, as regularidades entre os seus elementos, para diminuir as incertezas. O motivo da sua busca pelo conhecimento, portanto, é aumentar a qualidade da sua vida. Nesse caso, ele pode usar o saber para destruir a vida de outrem...

Ampliando a contribuição de D’Ambrósio (2010, p. 111), o vernáculo Matemática origina-se dos vocábulos gregos *mathema*, que significa explicar, entender, lidar, conviver e conhecer, e *techne*, traduzido como técnica, maneira, habilidade ou arte. Desde a sua origem, conforme várias descobertas arqueológicas (osso de Ishango, papiro de Rhind...), a Matemática caracteriza-se como o estudo de quantidades, medidas, estruturas, variações e espaços.

A História da Matemática, durante os últimos séculos, tem sido objeto de estudo de dezenas de Matemáticos: Bentley (2009), Boyer e Merzbach (2012), Eves (2011), Ifrah (2005). Eles revelam a fascinante jornada dessa Ciência, em diversos espaços-tempos, nos últimos milênios. É por isso que D’Ambrósio (2010, p. 111) acrescenta à Matemática o prefixo etno, que designa a variedade de “[...] contextos naturais e socioeconômicos” nas quais essa Ciência progrediu.

A leitura dessas obras ou de outras que se debrucem sobre essa temática nos permite conhecer os movimentos que a caracterizam. O Matemático, após elaborar hipóteses, conjecturas sobre o funcionamento de uma realidade, busca, a partir de axiomas, definições, mediante dedução, encontrar novos padrões, resultados, propriedades que a expliquem.

Durante a sua História, a Matemática construiu vários campos de conhecimento: Álgebra, Aritmética, Geometria, Lógica, Medidas, Probabilidade e Estatística. Essa diversidade contribui significativamente para o desenvolvimento de outras Ciências. Os avanços na Matemática, portanto, implicam na modificação da compreensão que se tem do mundo.

As diversas correntes da Matemática – logicismo, intuicionismo e formalismo – fracassaram na tentativa de se mostrarem autossuficientes: nem todos os axiomas podem ser escritos na forma de proposição lógica; nem todos os objetos matemáticos podem ser construídos, intuídos (números complexos, por exemplo); e é impossível provar a consistência da Matemática dentro dela, conforme demonstra o Teorema de Gödel, que evaporou o desejo de expurgar a contradição dessa Ciência.

A não supremacia de qualquer uma dessas correntes revela a complexidade do Universo e a impossibilidade de uma delas alcançar, isoladamente, a resposta completa de todos os fenômenos, os mistérios do Universo! A despeito disso, a Humanidade continua sua tentativa de decifrá-lo, tal como nos profetizara Sêneca (Problemas Naturais, Livro 7, século I apud SAGAN, 1982, p. 10):

Tempo virá em que uma pesquisa diligente e contínua esclarecerá aspectos que agora permanecem escondidos. O espaço de tempo de uma vida, mesmo se inteiramente devotada ao estudo do céu, não seria suficiente para investigar um objetivo tão vasto... este conhecimento será conseguido somente através

de gerações sucessivas. Tempo virá em que os nossos descendentes ficarão admirados de que não soubéssemos particularidades tão óbvias a eles... Muitas descobertas estão reservadas para os que virão, quando a lembrança de nós estará apagada. O nosso universo será um assunto sem importância, a menos que haja alguma coisa nele a ser investigada a cada geração... A natureza não revela seus mistérios de uma só vez.

Durante mais de dois milênios, a Geometria proposta, em 300 a.C., por Euclides, em *Os Elementos*, satisfaz a Humanidade. Seus axiomas são válidos para um mundo plano, composto de retas. A sua não aplicabilidade em um mundo curvo, como é o nosso, propiciou o desenvolvimento, desde o final do século XVIII, da Geometria não Euclidiana, que contempla dois tipos distintos de universo: elíptico e hiperbólico.

Reconhecer padrões na natureza só é possível quando se amplia a potência do olhar, se quebram paradigmas, certezas, axiomas e se mergulha no micromundo. Tal como a Física, que para se desenvolver teve que quebrar, cortar o átomo (do grego *átomos*, que significa indivisível...) para continuar a descobrir a intrincada relação entre energia e matéria, a Matemática teve que reconhecer o mundo fractal (do latim *fractus*, que significa fração, quebrado) para identificar os padrões de vários objetos da natureza, até então tidos como indecifráveis.

Entendo que a Matemática, assim como as demais Ciências, se caracteriza, conforme enunciado por Kuhn (2011), pela contínua superação dos seus paradigmas, a qual só é possível quando se enfrenta uma crise, que revela a inadequação dos seus postulados, axiomas na solução das situações da vida humana. Acredito que estamos vivendo um período de fascinante revolução científica, em que muitas verdades, secularmente aceitas, estão desmoronando...

O que significa, então, ser professor de Matemática, de uma Ciência viva e pulsante? O que diferencia um Matemático de um professor de Matemática? No que se assemelham um Matemático de um professor de Matemática?

A importância da Matemática, conforme preconiza os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN Matemática (BRASIL, 1997, p. 15), reside no fato de que ela

[...] permite resolver problemas da vida cotidiana, tem muitas aplicações no mundo do trabalho e funciona como instrumento essencial para a construção de conhecimentos em outras áreas curriculares. Do mesmo modo, interfere fortemente na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento e na agilização do raciocínio dedutivo do aluno.

Apesar de uma quase unanimidade na concordância do exposto, muitos estudantes não compartilham dessa crença porque costumam indagar a razão de estudar vários conteúdos, principalmente, nos anos finais do ensino fundamental e no ensino médio. Os professores, na grande maioria das vezes, não sabem e respondem algo como: “Você vai precisar disso quando for fazer o ENEM!”.

O ensino descontextualizado da Matemática, sem vínculo com a realidade contribui, consideravelmente, para os resultados negativos obtidos, com muita frequência, na aprendizagem dessa Ciência. Esse fracasso educacional gera profundos sentimentos negativos nos estudantes, não somente sobre a sua relação com a Matemática – a qual é a base para outras Ciências – mas também e, principalmente, em relação a si mesmo, sobre a sua capacidade de aprender, incidindo diretamente na sua autoestima (GÓMEZ CHACÓN, 2003).

Tal cenário revela a urgência de se envidar esforços no sentido de “[...] reverter um ensino centrado em procedimentos mecânicos, desprovidos de significados para o aluno.”, o que implica na necessidade de “[...] reformular objetivos, rever conteúdos e buscar metodologias compatíveis com a formação que hoje a sociedade reclama.” (BRASIL, 1997, p. 13).

Na intenção de alcançar essa meta, a Educação Matemática, nas últimas décadas, se desenvolveu de forma significativa, contribuindo para a transformação apontada pelos PCN, aspecto que será abordado na próxima seção.

Educação Matemática: encontros, desencontros, reencontros...

*“A mente humana pensa com ideias e não com informações.”
(CAPRA, 2001, p. 69)*

As pesquisas em Educação Matemática (EM) – História da Matemática, História da EM, Filosofia da EM, História na EM, Epistemologia da Matemática, Psicologia da aprendizagem, Formação de professores, Novas Tecnologias... – revelam aspectos que precisam ser incorporados no cotidiano escolar para reverter os baixos índices de aprendizagem matemática.

Esses estudos assinalam, dentre outros aspectos, a necessidade de o professor: i) aprofundar seus saberes do conhecimento (conteúdo a ser ensinado), identificando os conceitos envolvidos em cada tópico que precisam ser compreendidos pelos estudantes; ii) ampliar seus saberes pedagógicos (teorias da aprendizagem, metodologia, recursos didáticos e transposição didática), estabelecendo um vínculo coerente entre as recentes explicações científicas sobre o funcionamento da mente (aprendizagem) e as escolhas pedagógicas (ensino), que se expressa na relação professor-conhecimento-estudante, nos

materiais didáticos e na dinâmica da (sala de) aula; e iii) refletir sobre seus saberes existenciais (crenças, percepções, sentimentos e valores), reelaborando paradigmas e afetos (BARGUIL, 2012b).

Ainda hoje, há quem acredite que para ensinar um conteúdo basta que o professor o domine, condição que seria suficiente para que acontecesse a aprendizagem discente. Uma vez cumprida essa etapa, a responsabilidade pela aprovação dos estudantes passa a ser de cada um deles. Se o professor ensinou e se apenas alguns estudantes passaram e a grande maioria não, a explicação comumente escolhida para explicar essa tragédia educacional é a de que os que fracassaram são os responsáveis pelo ocorrido.

Esse postulado – a responsabilidade é somente do estudante – explica qualquer realidade de reprovação: seja quando ela atinge poucas pessoas, seja quando muitas não alcançam a meta. Quanto maior o quantitativo que fracassou, mais forte a explicação fica! Até a aprovação de poucos é utilizada para argumentar que o professor ensinou, tanto assim que esses lograram êxito!

Há, também, quem compreenda que esse axioma não é mais adequado (se é que algum dia foi...) para explicar a realidade educacional, ainda mais quando, cada vez mais, estudantes fracassam na aprendizagem de determinada Ciência, como é o caso da Matemática. Talvez, então, seja necessário formular outro modelo, outra teoria, outra explicação...

Refletir sobre o ensino e de aprendizagem da Matemática significa pensar nos componentes da práxis docente – professor, saber matemático e estudante – e nas relações entre eles. Para alcançar tal mister, os PCN Matemática (BRASIL, 1997, p. 37) afirmam que o professor necessita:

* identificar as principais características dessa ciência, de seus métodos, de suas ramificações e aplicações;

* conhecer a história de vida dos alunos, sua vivência de aprendizagens fundamentais, seus conhecimentos informais sobre um dado assunto, suas condições sociológicas, psicológicas e culturais;

* ter clareza de suas próprias concepções sobre a Matemática, uma vez que a prática em sala de aula, as escolhas pedagógicas, a definição de objetivos e conteúdos de ensino e as formas de avaliação estão intimamente ligadas a essas concepções.

Conforme explanaram Carraher, Carraher e Schliemann (1990, p. 42), são esses os motivos do fracasso da escola no ensino e na aprendizagem da Matemática: i) não identificação das estruturas cognitivas das crianças; ii) desconhecimento dos processos da criança na elaboração dos conceitos; e iii) incapacidade de ajudar a criança a relacionar a Matemática do cotidiano, que ela domina, com a Matemática escolar.

Não é meu intento transferir a responsabilidade do estudante para o professor, mas buscar identificar as atribuições de cada elemento na relação educacional, a qual, entendo, deveria ser sempre entendida como uma forma de cuidar. Não é somente o estudante quem precisa de atenção e respeito, o professor também os merece, seja de quem gerencia a escola, direta ou indiretamente, seja dos estudantes.

No que se refere à Educação Matemática, D'Ambrosio (2010, p. 08-09) entende que a Educação Matemática tem sido disciplinar, com a divisão de uma realidade integral, conforme o quadro abaixo. O autor defende a adoção de uma abordagem holística, que contemple todos os aspectos, o qual equivale falar sobre compreensão transdisciplinar, etnomatemática e enfoque sistêmico.

Quadro 2 – Variáveis da Educação Matemática

Variável	Especialidade	Profissional
Na Educação, o estudante realiza suas aspirações e responde às suas inquietudes	Aprendizagem e cognição	Psicólogo
Inserção do estudante na sociedade e as expectativas dela com relação a ele	Objetivos e filosofia da Educação	Filósofo
As estratégias da sociedade para realizar essas expectativas	Ensino e estrutura e funcionamento da escola	Pedagogo
Os agentes e os instrumentos para executar essas estratégias	Formação de professores e metodologia	Pedagogo
Conteúdo que é parte da estratégia	Conteúdo	Matemático

Fonte: Elaboração própria a partir de D'Ambrosio (2010, p. 08-09).

Acredito que são vários os motivos para o fracasso na Educação Matemática, dentre os quais destaco: i) falta de compreensão docente dos conceitos matemáticos; ii) desconhecimento da História da Matemática, do desenvolvimento dos seus conceitos e da sua aplicabilidade no cotidiano; iii) inadequação das metodologias, que privilegiam a fala do professor e a escuta do estudante; iv) pouca (ou nenhuma) utilização de recursos didáticos ou momento limitado à dimensão mecânica; e v) entendimento docente incipiente sobre a composição humana e as complexas dimensões – motora, afetiva e racional – envolvidas na aprendizagem, que se expressa no distanciamento entre docente e discente.

Pensar a sala de aula, portanto, implica refletir sobre a docência: seus saberes, sua formação e sua prática. A Didática do professor manifesta de forma pungente tais aspectos. Mas, o que é Didática?

Didática

“Nenhum homem poderá revelar-vos nada senão o que já está meio adormecido na aurora do vosso entendimento.”
(GIBRAN, 1970, p. 53)

Didática, conforme o Dicionário Aurélio, é: “[Fem. substantivado de didático.] S. f. 1. A técnica de dirigir e orientar a aprendizagem; técnica de ensino. 2. O estudo desta técnica.” (FERREIRA, 1993, p. 587). A didática, portanto, é uma técnica que pode ser estudada e aprendida. Essa habilidade, todavia, não equivale ao conhecimento de receitas, que, uma vez cuidadosamente seguidas, possibilita-nos a comida sempre com o mesmo sabor. Se na gastronomia isso não é possível, imagine na Educação.

Investigar a didática significa, portanto, refletir sobre os elementos que constituem os processos de ensino e de aprendizagem. O professor, durante a sua prática – planejamento, implementação e avaliação –, utiliza vários saberes, conscientes ou não, para alcançar o objetivo central: a aprendizagem discente.

Avaliar a sua prática significa verificar se, no final da sua ação, tendo em vista os resultados, as intenções iniciais se materializaram, bem como identificar o que precisa e pode ser transformado, seja nas metas, seja nas escolhas (ou em ambas!), de modo a diminuir a distância entre o idealizado e o realizado.

No planejamento, o professor busca responder as seguintes indagações:

- Por que ensinar? (Justificativa)
- Para que ensinar? (Objetivos)
- O que ensinar? (Conteúdo)
- Como ensinar? (Metodologia)
- Quando ensinar? (Tempo e ordem)
- Com que ensinar? (Recursos didáticos)
- Como avaliar o que foi aprendido? (Avaliação)

Há de se cuidar para que os pares se articulem, compondo um todo harmônico. O professor, assim como todo ser Humano, planeja para alcançar (no futuro) algo que não tem (no presente) ou para manter o que já possui. O planejamento pressupõe ações, que devem realizadas por ele ou por um conjunto de pessoas. Durante a implementação do pensado, a vida, por vezes, apresenta variáveis que não tinham sido consideradas ou surgem numa intensidade diferente do vislumbrando, impelindo o Homem a ajustar o esboço.

No contexto educacional, penso que o objetivo mais importante do planejamento não é alcançar a meta determinada pelo professor ou por outra autoridade.

Quero enfatizar a natureza arbitrária do planejamento, principalmente quando é alguém que não o estudante que projeta a sua transformação. Há de se cuidar, portanto, para que o ponto de partida não contribua para a alienação do Homem, o qual se deseja sujeito, pois implica no fortalecimento da heteronomia.

A crença de que as gerações adultas são responsáveis pelo desenvolvimento das gerações mais novas implica na perda de um aspecto indispensável no desenvolvimento da subjetividade: a escolha. A justificativa de que o estudante não é capaz de decidir o que deve aprender e como deve fazê-lo deveria ser cada vez menos usada quando se avança na vida acadêmica.

Salutar, portanto, em prol do incremento da autonomia, que crianças e adolescentes possam, progressivamente, assumir a responsabilidade pelas suas vidas. Esse, também, é o entendimento de Freire (2009, p. 107):

A gente vai amadurecendo todo dia, ou não. A autonomia, enquanto amadurecimento do ser para si, é processo, é vir a ser. Não ocorre em data marcada. É nesse sentido que uma pedagogia da autonomia tem de estar centrada em experiências estimuladoras da decisão e da responsabilidade, vale dizer, em experiências respeitadas da liberdade.

Somente quem se percebe responsável por si pode entender o seu papel no desenvolvimento e bem estar do outro. O estudante precisa também aprender que a qualidade da sua vida depende dos vínculos que ele estabelece com o ambiente. Ninguém vive isolado, mas em intensa relação com as pessoas e a cultura de cada espaço-tempo que frequenta.

Esses saberes, vinculados à atitude cidadã e anunciados em quase todos os projetos políticos-pedagógicos das escolas brasileiras, precisam ser mais propiciados pela Educação, de modo geral, e pela Educação Matemática, de modo específico.

Para que a escola alcance esse objetivo – um estudante crítico e capaz de colaborar na transformação da sociedade – é necessária uma profunda modificação na vivência do conhecimento no espaço escolar, contemplando conteúdo e forma, que se manifestam no currículo.

A prática docente é a materialização possível da sua resposta à indagação: “O que pretendo com a minha ação docente?”. O currículo é um conjunto de escolhas, expressas em ações, movimentos, cursos – corporais (percursos) e verbais (discursos) – que tem uma meta, que pode ser diferente da enunciada, individual ou coletivamente...

Durante a sua caminhada, é fundamental que o professor entenda sempre a sua vida, pessoal e profissional, como possibilidades e, assim, esteja disponível a mudar. Ciente da transitoriedade, ele mergulha no desconhecido, ao mesmo tempo em que convida o estudante a fazê-lo.

Conforme apresentei, as concepções do conhecimento – “**computacionalismo**” e **culturalismo** – têm implicações distintas no cotidiano escolar. A constituição de um estudante cidadão só é possível se ele abandonar a passividade, que pouco contribui para o seu desenvolvimento holístico, e assumir, com a mediação do educador, uma atitude de protagonista.

O conhecimento científico ensinado na escola originou-se, em sua grande maioria, de situações do cotidiano. Foi a partir da necessidade de resolver problemas que a Humanidade, durante séculos, desenvolveu estratégias para solucioná-los satisfatoriamente. A Ciência, portanto, é a constatação de que no Universo, para quem tem um olhar atento, há sempre algo novo! (BARGUIL, 2000).

Por que se ensina algo que foi útil no passado? Ora, o motivo de se debruçar sobre as conquistas da Ciência não é para adorá-las, nem por mero deleite, mas porque suas respostas podem ser úteis na solução dos desafios do presente e, muito provavelmente, do futuro.

O professor que ignora a História, a gênese do conhecimento que ensina, a qual se manifesta nos conteúdos, terá muitas dificuldades para propor situações que permitam aos estudantes elaborarem os conceitos, bem como auxiliá-los a, numa jornada permeada de hipóteses, equívocos e superação de obstáculos afetivo-epistemológicos, avançarem no desenvolvimento integral.

Os conteúdos não se restringem à dimensão cognitiva, como muitas vezes se pensa, mas se dividem em: i) conceituais (saber científico); ii) procedimentais (saber fazer); e iii) atitudinais (saber ser e conviver). Compete aos professores que lecionam numa turma planejar, de forma articulada, estratégias – metodologia, recursos materiais, espaço-tempo... – favoráveis ao alcance pelos estudantes dos objetivos educacionais, que se manifestam nos conteúdos escolhidos.

Conforme Herculano-Houzel (2010, p. 27), os três grandes fatores que contribuem para o aprendizado são: i) atenção e prática; ii) método; e iii) motivação. O estudante, portanto, precisa ter a oportunidade de mobilizar tais aspectos, os quais estão relacionados às suas dimensões: afetiva, motora e racional.

Acredito que a Educação escolar tem negligenciado as dimensões afetiva e motora, concentrando seus esforços apenas na cognitiva. Sob a égide do “**computacionalismo**”, da **Educação Bancária**, da **Pedagogia do Discurso**, as nossas práticas do ensino, que visam à transmissão do conhecimento, necessitam de silêncio e quietude dos estudantes, cabendo aos mesmos apenas guardá-lo.

Uma Educação escolar inspirada no **culturalismo**, na **Educação Problematizadora**, na **Pedagogia do Discurso**, resgata os afetos e os corpos de estudantes, convocando-os a, dentro da sala de aula, utilizar todo o seu

ser na constituição de sentido ao conhecimento, que se lhe apresenta como informação, a qual necessita ser digerida por todo seu corpo, não apenas engolida pelo seu cérebro.

Vários autores, dentre os quais cito Fontanella (1995), Foucault (2002) e Gonçalves (1994), ajudam-nos a entender que as vivências acadêmicas – na Educação Básica e na Educação Superior – têm como principal característica a repressão, o sufocamento de qualidades intrinsecamente humanas: sensibilidade, criticidade, solidariedade, movimento, criatividade...

As práticas vivenciadas nos espaços-tempos escolares, de modo geral, objetivam ensinar às novas gerações a aceitar que a padronização, de forma e conteúdo, é a maneira “natural” de existir. A docilização de corpos (FOUCAULT, 2002) favorece o maior controle e produtividade, ao mesmo tempo em nega ao indivíduo o direito de imaginar, contestar e lutar por um mundo diferente.

A seguinte citação de González Rey (2010, p. 145) revela o quanto a epistemologia dominante favorece a negação da subjetividade:

O desenvolvimento da teoria histórico-cultural, fundamentada na obra de Vygotsky e outros importantes autores soviéticos, abre a possibilidade de compreender a aprendizagem como um processo de construção, assim como de superar os reducionismos cognitivos, lógicos e operacionais desse campo. A compreensão do pensamento como um processo de sentido subjetivo, envolvido intrinsecamente com a geração de emoções, permite atribuir relevância à imaginação, à fantasia e às emoções no processo de aprender, as quais não foram reconhecidas nas teorias clássicas da aprendizagem.

As interações com o ambiente, natural e social, manifestam o modo como o Homem sente, age e pensa, ao mesmo tempo em que alimenta tais dimensões (GONÇALVES, 1994, p. 13). Nessa perspectiva, a relação de cada pessoa com a sua corporalidade é fruto da sua História. Dito de outra forma: o corpo expressa a História do sujeito.

Vislumbro a possibilidade e a necessidade de processos de ensino e de aprendizagem que permitam a professor e estudantes se movimentarem nos polos dos seguintes pares: observar-vivenciar, escutar-falar e ler-escrever. Cada uma dessas ações mobiliza diferentes áreas do cérebro humano, o que significa dizer que o conjunto delas desenvolve e fortalece as conexões sinápticas, condição necessária para a aprendizagem.

Isso só pode acontecer se o docente quebrar o molde secular, expresso no currículo que tem como finalidade desencarnar as pessoas (BARGUIL, 2006, p. 341). Como fazê-lo? Acredito que o primeiro ingrediente para se mudar algo é buscar entendê-lo. O fato de que a compreensão absoluta é inalcançável

não serve de desculpa para não se aceitar o convite, mas nos lembra do caráter sempre parcial do conhecimento.

O segundo ingrediente deriva do primeiro: eu nunca alcancei o ideal, mas posso, a cada dia, aproximar-me mais dele e usufruir das respectivas be-nesses, o que me anima a prosseguir, num ritmo maior, bem como enfrentar obstáculos, externos e internos, que aparecerão.

Há pouco tempo, descobri algo simples e muito poderoso: o Homem é feliz quando as dimensões afetiva, motora e associativa estão integradas. Ou seja, ele é feliz quando faz algo que deseja e utiliza as suas funções racionais. Não é possível, nem necessário, expressar com palavras a veracidade desse achado. Ou se sente ou não se sente.

Acredito que os agentes pedagógicos podem sentir alegria na escola, inclusive e principalmente durante as aulas, que ocupam a maior parte do tempo em que nela permanecem, e não somente no recreio. Para que isso aconteça é necessário que a relação entre eles e o conhecimento tenha uma dinâmica bastante diferente da atual.

Concluo essa seção afirmando que a Didática é mais eficiente quando o educador escolhe conteúdos e formas que auxiliam o estudante a constituir sentido ao conteúdo, que o projete na realidade, convocando-o a resolver, sozinho e/ou com a colaboração de colegas, com todo o seu ser, não somente com a cabeça, situações, problemas.

Na próxima seção, continuarei refletindo sobre o ensinar e o aprender, agora focado na Matemática, a partir de algumas contribuições da Didática da Matemática Francesa.

A Didática da Matemática Francesa

Para transformar o cenário do ensino e da aprendizagem da Matemática, professores dessa área desenvolveram vários conceitos e teorias, os quais ficaram conhecidos como a Didática da Matemática Francesa. Apresento, a seguir, referenciando-me em Machado (2010) e Pais (2001), algumas dessas contribuições: **Contrato Didático**, **Teoria das Situações Didáticas**, **Engenharia Didática**, **Transposição Didática**, **Teoria dos Campos Conceituais** e **Teoria dos Registros de Representação Semiótica**.

Contrato Didático

A noção de **Contrato Didático**, explicada por Guy Brousseau, refere-se às regras e às condições da educação escolar: dentro e fora da sala de aula. Como se relacionam professor e estudantes tendo em vista o conhecimento

científico? Que atitudes são esperadas de um e de outros para que ocorram o ensino e a aprendizagem? Quais são os pressupostos epistemológicos quando o professor desempenha o papel de conferencista e o estudante o papel de espectador?

O ensino tradicional, que se caracteriza pela apresentação do conhecimento como algo pronto, sem revelar as etapas de sua elaboração, bem como pela exposição verbal do professor e silêncio dos estudantes, não favorece o desenvolvimento integral dos discentes, pois eles não investigam, pensam, elaboram hipóteses. Fazer Matemática, todavia, se expressa nesses momentos, os quais costumam ser negados aos estudantes do ensino tradicional.

O contrato didático instiga o professor de Matemática a refletir sobre as relações na sala, referente à tríade professor – conhecimento matemático – estudante, o que será contemplado a seguir.

Teoria das Situações Didáticas

A **Teoria das Situações Didáticas**, desenvolvida por Guy Brousseau, preconiza que professor e estudantes têm papéis distintos, mas complementares, nos processos de ensino e de aprendizagem. Para viabilizar a construção dos conceitos matemáticos, Brousseau defende que os estudantes vivenciem os seguintes momentos, que devem ser organizados pelo professor mediante situações didáticas: ação (realiza procedimentos), formulação (expõe estratégias), validação (justifica estratégias) e institucionalização (generaliza estratégias).

Considerando que o conhecimento científico é o ponto de chegada e não o ponto de partida, é fundamental que o professor proponha desafios que permitam os estudantes assumirem uma atitude de protagonista na complexificação de sua configuração. A pergunta, portanto, incentiva o estudante a elaborar estratégias, hipóteses para resolvê-la.

A produção discente revela o raciocínio, a lógica, que deve ser testado, validado, verificado em várias situações. O erro, nessa perspectiva, não é sinal de fracasso, mas indica o que o estudante já sabe e o que ainda precisa aprender. Cabe ao professor a tarefa de diagnosticar a competência do estudante e oferecer oportunidades para que esse continue sua aventura afetiva-intelectiva.

O tempo de ensino e o tempo de aprendizagem são distintos. Na ânsia de cumprir o programa, o professor pode agir de acordo com o Efeito Topázio (ele não espera que o estudante desenvolva sua estrutura cognitiva e entrega a resposta) e o Efeito Jourdain (ele atribui a um conhecimento imparcial do estudante a validade do conhecimento científico), impedindo o discente de elaborar conceitos, os quais serão indispensáveis nas várias esferas da sua vida.

A partir do exposto, revela-se necessário que o professor de Matemática planeje, cuidadosamente, a sua ação profissional, tema que será abordado na sequência.

Engenharia Didática

A **Engenharia Didática**, proposta por Michèle Artigue, enfatiza a necessidade de o professor organizar a sua ação docente, tal como procede o engenheiro: conceber, planejar, executar e avaliar um projeto. A Engenharia Didática, voltada a cada assunto, divide-se em quatro fases: Análise preliminar (identificação do panorama atual do ensino e das dificuldades e obstáculos dos estudantes), Análise a priori (seleção dos objetivos da sua ação: variáveis de comando), Experimentação (aplicação em sala do que organizou) e Avaliação a posteriori (confrontação dos objetivos com os resultados).

Muitas vezes, a ação docente, por vários motivos, não é planejada, nem avaliada, impedindo o professor de melhorá-la ao longo da sua carreira. Explicitar objetivos, conteúdos, estratégias e recursos é necessário para que ele possa, após a sua ação, verificar – “Os estudantes aprenderam?” – se as suas escolhas foram adequadas e, eventualmente, reformulá-las.

Para que o planejamento possibilite melhores resultados, os quais escapam do seu controle, é necessário que o professor compreenda que o saber tem vários níveis, cabendo-lhe, a cada momento, a tarefa de selecioná-lo e apresentá-lo de acordo com a sua realidade da sua turma. Detalho isso no próximo conceito.

Transposição Didática

A noção de **Transposição Didática**, formulada por Yves Chevallard, enfatiza a necessidade de adequar o saber sábio, elaborado por cientistas, em saber a ensinar, apresentado em livros e materiais didáticos, e em saber ensinado, o que é efetivamente apresentado em sala de aula.

O saber escolar não é a cópia do saber científico por vários motivos: o saber científico é modificado na escola, para permitir a compreensão dos estudantes; a linguagem utilizada para divulgar ambos saberes é diferente, considerando a distinção do público que a enuncia e a escuta; o professor escolher recursos didáticos que viabilizem a aprendizagem do conteúdo pelos discentes.

No campo da Matemática, a Transposição Didática recebe o nome de Modelagem Matemática, a qual se ocupa em estabelecer uma relação entre o saber matemático e a realidade, permitindo que o estudante entenda a importância dessa Ciência na sua vida.

O professor para propor uma Modelagem Matemática bem sucedida precisa conhecer o desenvolvimento dos conceitos que serão aprendidos pelos estudantes. É sobre isso que falo na continuação.

Teoria dos Campos Conceituais

A **Teoria dos Campos Conceituais**, desenvolvida por Gérard Vergnaud, defende que o núcleo do desenvolvimento cognitivo é a conceitualização do real. Para Vergnaud, o conhecimento está organizado em campos conceituais, cujo domínio, por parte do aprendiz, ocorre ao longo de um longo período de tempo, através de experiência, maturidade e aprendizagem.

Um campo conceitual é composto de problemas (ou classe de), de situações que para serem solucionados contemplam conceitos, procedimentos e representações simbólicas. O esquema é uma estratégia de solução, uma ação sobre um problema, uma situação. Ele é fruto de uma concepção, um entendimento sobre algo. Essa conceitualização, por vezes, é implícita.

Um esquema é composto de invariantes operatórios (conceitos e teoremas em ação), antecipações, regras em ação e inferências. Um problema é uma situação em que o sujeito deve descobrir relações, elaborar hipóteses, explorá-las e verificá-las. Os campos conceituais expressam a relação “[...] entre um conjunto interligado de conceitos e um conjunto de situações de utilização desses conceitos.” (PESSOA, 2003).

Para Vergnaud, um campo conceitual é composto por um conjunto de situações (S), invariantes (I) e representações (R). Para dar significado a um conceito, as situações (S) devem ser distintas e diferenciadas entre si e referentes ao mesmo conceito. Os invariantes (I) indicam propriedades, constâncias, regularidades ou semelhanças, que definem um objeto. São eles que dão significado ao conceito. As representações (R), que podem ser pessoais ou sociais, são as linguagens (natural, sentença formal) e os símbolos (gráficos, diagramas) utilizados para representar o conceito, explicitando as situações e os invariantes. Elas são os significantes do conceito (LORENZATO, 2006, p. 28).

A Teoria dos Campos Conceituais inspira um currículo escolar transdisciplinar de Matemática, que aborda os conceitos de forma integrada, realçando as conexões que os vinculam. Essa Teoria, ao mesmo tempo, afasta a fragmentação do conhecimento e uma alocação linear dos conteúdos, como corrente de pré-requisitos cujos elos são impossíveis de serem rompidos.

O ensino e a aprendizagem das operações fundamentais são profundamente transformados quando seguem os preceitos da Teoria dos Campos Conceituais, a qual se divide em estruturas aditivas e estruturas multiplicativas, as quais têm influenciando várias pesquisas no Brasil.

Teoria dos Registros de Representação Semiótica

A **Teoria dos Registros de Representação Semiótica**, exposta por Raymond Duval, destaca a necessidade de que os estudantes sejam encorajados, desde o início da sua vida escolar, a representarem (desenho, escrita textual, símbolo) as suas compreensões do conhecimento.

Conforme já relatei, inspirado em Vygotsky (1991), é fundamental compreender a distinção entre significante e significado, os quais são aspectos de um signo, em virtude de suas implicações no contexto educacional, uma vez que o significado é construído por cada pessoa a partir de suas experiências e reflexões sobre variados significantes. No caso da Educação Matemática, é fundamental que os estudantes tenham a oportunidade de relacionar seus conhecimentos com os científicos, propiciando o desenvolvimento da sua compreensão sobre os signos matemáticos.

Para Duval (2009), os registros podem ser monofuncionais (os tratamentos são, principalmente, algoritmos) e multifuncionais (os tratamentos não são algoritmizáveis), enquanto as representações podem ser discursiva (sistemas de escrita e cálculos; língua natural, associações verbais e formas de raciocinar) e não discursiva (gráficos cartesianos; figuras geométricas planas ou em perspectiva).

Um objeto matemático pode ser representado com registros em linguagem natural, concreto, simbólico (numérico ou algébrico) e figural (contínuo ou discreto). Duval (2009) afirma que a diversidade de representações de um objeto amplia as estruturas mentais e as representações mentais do sujeito. O objeto matemático, portanto, é compreendido pelo estudante mediante várias representações, as quais podem ser mentais e subjetivas, internas e semióticas.

Os registros de representação semiótica têm três funções: comunicação (expressão das representações mentais), objetivação (possibilidade do uso das representações semióticas como instrumento para compreender o saber construído) e tratamento (transformação da representação interna em um registro de representação).

O estudo e a aplicação da Didática da Matemática Francesa têm permitido grandes transformações no ensino e na aprendizagem Matemática, sendo responsabilidade de cada professor a sua implementação no contexto escolar. Para que elas possam ocorrer, é fundamental escolher recursos que se potencializem tais processos, aspecto que reflito na próxima seção.

Recursos didáticos na Educação Matemática

Optei por aglutinar a reflexão sobre recursos didáticos no sentido amplo com a destinada aos instrumentos utilizados na Educação Matemática.

Recurso, conforme o Dicionário Aurélio, é: “[Do lat. *recursu*] S. m. 1. Ato ou efeito de recorrer (7 e 8). 2. Auxílio, ajuda, socorro, proteção. [...] 5. Meio para resolver um problema; remédio; solução. [...]” (FERREIRA, 1993, p. 1.466). Essas definições representam bem a diversidade com que podemos entender os recursos no contexto educacional.

Destaco, inicialmente, que os recursos são escolhidos pelo professor de acordo com os objetivos que se deseja alcançar, a epistemologia que orienta a sua prática, o currículo que implementa – sabendo ou não, querendo ou não... Ele, portanto, explicita, quando da seleção do material, a percepção que tem da vida, do que é conhecer, ensinar e aprender.

Penso que numa **Educação Bancária, Pedagogia do Discurso**, que privilegia o “**computacionalismo**”, o desconhecimento discente, de modo geral, costuma ser visto como um problema que precisa ser solucionado. É responsabilidade do professor escolher os meios, os recursos para que os estudantes aprendam – no caso, memorizem – o conteúdo ensinado, o que é constatado, em muitas ocasiões, pela quantidade de vezes que realizam com sucesso os exercícios apresentados.

Acredito que numa **Educação Problematicizadora/Libertadora, Pedagogia do Discurso**, que privilegia o “**culturalismo**”, o desconhecimento discente, de modo geral, costuma ser visto como uma oportunidade para desenvolver integralmente os estudantes. Nela, o professor seleciona estratégias e atividades que os permitam percorrer de novo – recurso, literalmente – a caminhada da Humanidade, caracterizada por formulação de hipóteses, verificação e generalização, na busca pelo conhecimento.

No ambiente escolar, é importante que os agentes pedagógicos – docentes e discentes – tenham variados recursos didáticos, permitindo-os desenvolver as ações inerentes aos papéis que lhes são atribuídos no cenário educacional. Considerando as especificidades do ensinar e do aprender, entendo que precisamos falar em recurso didático docente e recurso didático discente.

Admito que um mesmo recurso didático seja utilizado por professor e estudantes, ressaltando que os objetivos que os orientam são distintos, pois se espera que o professor já domine o conhecimento, enquanto que o estudante ainda o está desenvolvendo. O fato de que a ação docente (ensino) caracteriza-se pelo acompanhamento do desenvolvimento discente (aprendizagem) indica a necessidade de o professor articular as metas traçadas para esses momentos.

A validade do conteúdo escolar, como já afirmei, depende da sua aplicação na sociedade, permeada de desafios, na qual todos habitamos. A realidade é, nessa perspectiva, ao mesmo tempo, o ponto de partida e o ponto de chegada das práticas escolares.

As atividades dos agentes pedagógicos – docentes e discentes – não se justificam *per se*, pois elas se originam de um planejamento que intenciona o desenvolvimento dos conceitos científicos, a partir do diagnóstico dos diversos conhecimentos dos estudantes, elaborados principalmente na sua vida fora da escola.

Os recursos didáticos discentes devem permitir que o docente identifique os conhecimentos dos estudantes, expressos em variadas manifestações – gesto, desenho, fala, notação... –, bem como favorecer a elaboração dos conceitos pertinentes ao conteúdo ministrado.

É importante, também, que os recursos didáticos possam, sempre que possível, ser similares aos objetos da realidade, pois tanto prepara o estudante para o mundo fora do ambiente acadêmico, como favorece a aproximação da Matemática do cotidiano com a Matemática escolar.

Um lembrete importante: os recursos didáticos na Educação Matemática, tal como no âmbito de outras áreas, não podem substituir o professor, afinal somente uma pessoa é capaz de interagir de forma autêntica com seu semelhante. Um objeto, analógico ou digital, é um instrumento que pode auxiliar tanto o docente como os discentes a vivenciarem de forma mais satisfatória os processos de ensino e de aprendizagem.

Os PCN Matemática (BRASIL, 1997, p. 42-49) sugerem a utilização de 4 recursos didáticos – i) Resolução de problemas; ii) História da Matemática; iii) Tecnologias da Informação; e iv) Jogos – e apresentam algumas considerações sobre os mesmos.

Em relação à resolução de problemas, o documento afirma que, embora a Matemática tenha se desenvolvido como resposta a situações de múltiplos espaços-tempos,

[...] tradicionalmente, os problemas não têm desempenhado seu verdadeiro papel no ensino, pois, na melhor das hipóteses, são utilizados apenas como forma de aplicação de conhecimentos adquiridos anteriormente pelos alunos. (BRASIL, 1997, p. 42).

Os PCN Matemática declaram ser frequente a prática de ensinar um conceito, procedimento ou técnica e, depois, apresentar um problema para verificar se os estudantes são capazes de utilizar o que foi ensinado. Dessa forma, desenvolve-se uma compreensão equivocada de que resolver problemas é apenas fazer cálculos (BRASIL, 1997, p. 42).

A ação docente que privilegia a aplicação de conceitos, em detrimento da elaboração de conjecturas, hipóteses e da verificação e validação das mesmas, contribui para que o estudante não elabore uma visão da Matemática como

um complexo sistema de conceitos, lentamente desenvolvidos, mas como um interminável discurso simbólico e inútil (BRASIL, 1997, p. 43).

Em seguida, o documento apresenta 5 princípios para uma proposta pedagógica voltada à resolução de problemas, os quais são resumidos a seguir:

1. o início da atividade matemática é o problema e não a definição;
2. o problema não é um exercício, no qual o estudante aplica de forma mecânica uma fórmula e realiza operações;
3. a estratégia usada na resolução de um problema pode ser transferida para outros contextos, num processo similar à História da Matemática;
4. um conceito é elaborado para responder um conjunto de problemas e não somente um tipo de problema; e
5. a resolução de problemas não é uma aplicação da aprendizagem, mas o contexto que permite a constituição de sentido. (BRASIL, 1997, p. 43-44).

Após esclarecer que um problema só se configura como tal a depender dos saberes discentes, os PCN Matemática indicam 3 atividades que os estudantes precisam desenvolver:

1. elaborar procedimentos de resolução: realizar simulações, fazer tentativas, elaborar hipóteses;
2. comparar as suas respostas (e os seus processos, eu acrescento) com as dos seus colegas; e
3. validar os seus procedimentos (BRASIL, 1997, p. 44-45).

Como se constata, a resolução de problemas como recurso didático estimula o estudante a questionar a realidade, colocando-o no centro do processo educacional, numa concepção sobre o ensinar o e o aprender expressa no **culturalismo, na Educação Problematizadora/Libertadora e na Pedagogia do Percorso**.

No que se refere à História da Matemática, o documento reafirma o fato de que essa Ciência desenvolveu-se em múltiplos espaços-tempos, os quais precisam ser conhecidos pelo professor, de modo a relacioná-los com o presente, condição necessária para propor atividades que sejam interessantes aos estudantes, bem como para entender as estratégias por eles desenvolvidas, principalmente as que são insatisfatórias (BRASIL, 1997, p. 45-46).

Em relação às Tecnologias da Informação, os PCN Matemática defendem a sua importância, seja pelas suas potencialidades de comunicação, seja pela sua crescente presença na sociedade. Dessa forma, a Educação Matemática

precisa incorporar a calculadora, os computadores, a internet e todos os aparatos tecnológicos contemporâneos (BRASIL, 1997, p. 46-48).

As NTIC, com seus movimentos, cores e sons, cada vez mais fascinantes, seduzem-nos. Caso não tenhamos uma compreensão crítica de suas possibilidades e seus limites, elas podem nos arrastar, tal como a sereia da mitologia grega, para o fundo mar. Não é recomendável que os professores, tal como Ulisses, na intenção de fugir dos (en)cantos tecnológicos, fechemos os nossos ouvidos (e os nossos olhos), negando-nos a trabalhar com elas.

Em relação à utilização das NTIC nos espaços acadêmicos no Brasil, temos assistido políticas governamentais com concepções educacionais distintas. Algumas têm apoiado pesquisas sobre a presença delas, identificando avanços e pontos fracos.

Outras se caracterizam pela entrega de *notebook* ou *tablet* a professor e estudantes, sem qualquer preparo e acompanhamento pedagógico, alimentando uma crença de que a máquina sozinha será capaz de transformar a precária realidade educacional, a qual seria provocada pelo despreparo docente.

Para não promover as mudanças necessárias no contexto educacional, as quais demandam tempo e esforço, preferem-se, por vezes, ações isoladas, com limitado poder de transformação. No caso das NTIC, acredito que essa atitude é lamentável, pois retira delas, em virtude da falta de planejamento e organização adequados, o seu potencial para transformação das relações sociais.

Os PCN Matemática declaram que os Jogos articulam o conhecido e o imaginado, desenvolvendo o conhecimento de si e do outro. As crianças, durante os jogos, que podem ser simbólicos ou com regras, ampliam seu conhecimento do mundo, produzindo linguagens (BRASIL, 1997, p. 48-49).

O documento, infelizmente, não mencionou as brincadeiras e os brinquedos, os quais são distintos dos jogos e se constituem em interessantes recursos pedagógicos na Educação Matemática, não somente na Educação Infantil. Essa lacuna, embora lamentável, não retira o brilho das contribuições delineadas.

Dezenas de pesquisadores, inspirados nas contribuições de Vergnaud (2009), têm alertado para a necessidade de se utilizar situações variadas que possibilitem o desenvolvimento de campos conceituais, não somente das estruturas aditivas e multiplicativas. Acredito que tais estudos têm colaborado para a melhoria dos recursos didáticos na Educação Matemática.

Cada vez mais, também, as contribuições de Duval (2003) sobre a transformação de registros de representação semiótica – língua natural, figuras, gráficos, material concreto e símbolos – que expressam a compreensão discente sobre um conteúdo, começam a ser incorporadas nas práticas docentes.

Para que isso ocorra, o professor precisa compreender que a transformação pode ser mediante conversão – muda o sistema de representação – ou

tratamento – permanece no mesmo sistema de representação – e que o saiba promovê-lo, cômico de que a conversão conduz “[...] aos mecanismos subjacentes à compreensão.” (DUVAL, 2003, p. 16), motivo pelo qual devem ser propostas atividades para que os estudantes a exercitem.

Finalizando, conforme já declarei, os recursos didáticos são meios que nos permitem alcançar objetivos. Eles expressam as nossas respostas para as seguintes perguntas: “O que pretendo alcançar quando ensino?”, “Que tipo de estudante quero compor?”. Uma síntese do conteúdo desse capítulo é apresentada na próxima seção.

Sucintas inferências parciais

“É para amar melhor e compreender o presente que é preciso ligá-lo ao passado; trata-se de apreender a realidade em seu desenvolvimento; só posso esperar apreender a realidade em seu desenvolvimento.” (SNYDERS, 1988, p. 48).

Acredito que o objetivo mais importante da Educação é o desenvolvimento holístico de cada pessoa, contemplando as suas várias dimensões. Aprender é mudar, transformar o que sentimos, agimos, pensamos, enfim, o que somos.

A Matemática, em virtude das suas peculiaridades expressas numa fascinante História, pode ajudar a transformar as relações entre docente-conhecimento-estudante, principalmente para constituir significado aos conteúdos, condição necessária para se ter prazer no aprender e no ensinar.

No Brasil, nas últimas duas décadas, centenas de trabalhos de Pós-Graduação e em eventos científicos têm nos ajudado a entender que é possível vivenciar uma Educação Matemática com valores diferentes para as variáveis que a constitui.

Para que se alcance isso, há de se cuidar para que a formação do Educador Matemático na Educação Superior tenha os mesmos axiomas que serão utilizados quando ele for lecionar em qualquer nível acadêmico. É fundamental, portanto, que se entenda o desenvolvimento profissional numa perspectiva integrada.

A docência e a discência são aspectos de uma mesma realidade, cujas manifestações revelam a tentativa do Homem de compreender a realidade, dar sentido à sua vida. Acredito que essa missão nunca será finalizada, assim como Coreth (1973, p. 69-70), quando afirma que

[...] a realidade experimentada e compreendida por nós nunca será ‘inteiramente’ concebida, isto é, não será jamais alcançada exaustivamente em seu pleno conteúdo de ser e sentido, em todas as suas leis e relações, mas sempre entendida apenas

em aspectos limitados, os quais – de novo – por sua limitação apontam para uma totalidade de ser e de sentido.

Essa profecia não me desanima a continuar a jornada, mas me instiga a fazê-la, com alegria e gratidão, pelas oportunidades que usufruo. Ao aceitar a parcialidade do conhecimento, a limitação da explicação, vivencio com humildade o papel atribuído a mim, bem como aos meus semelhantes, nesse provocativo folgado.

O movimento é a característica mais marcante da vida. Aceito o convite de decifrá-la e de não me prender às certezas, pois só assim conseguirei avançar no desvelamento de alguns dos mistérios espalhados pelo Cosmos. Sigo partilhando e brincando com os fractais já encontrados e procurando por tantos outros escondidos na natureza.

E tudo de novo. Não é uma brincadeira tola, infantil. Trata-se de descobrir um segredo, achar algo que está oculto, mostrar que não dá para esconder uma coisa de tal que se torne impossível achá-la. Quanto mais difícil a conquista, tanto mais gostosa a vitória. Quer se trate da verdade dos adultos: descoberta, invento, revelação. Quer se trate de boneca dentro de uma panela. Toda a natureza é como Irene escondendo a boneca; e a humanidade, em laborioso esforço de busca, sou eu, um menino.

Antes caçei a lebre com a velocidade das minhas pernas e a esperteza da minha corrida, agora acho a boneca através da dedução, intuição e obstinação.

E o que mais fazemos na vida, o que mais faz a humanidade inteira? Corremos atrás de lebres e procuramos bonecas. (KORCZAK, 1981, p. 53).

Você quer vir comigo?

REFERÊNCIAS

- ABRAMOVAY, Miriam; RUA, Maria das Graças (Orgs.). **Violências nas escolas**. 4. ed. Brasília: UNESCO, 2004.
- ALVES, Rubem. **A Alegria de ensinar**. 5. ed. São Paulo: Ars Poética, 1994.
- BARGUIL, Paulo Meireles. **Há sempre algo novo!** – algumas considerações filosóficas e psicológicas sobre a Avaliação Educacional. Fortaleza: ABC Fortaleza, 2000.
- _____. **O Homem e a conquista dos espaços** – o que os alunos e os professores fazem, sentem e aprendem na escola. Fortaleza: Gráfica e Editora LCR, 2006.
- _____. As raízes e os frutos da disciplinaridade. As sementes de um currículo holístico. In: MORAES, Silvia Elizabeth (Org.). **Currículo e formação docente: um diálogo interdisciplinar**. Campinas: Mercado de Letras, 2008. pp. 219-237.
- _____. Algumas reflexões sobre Educação Matemática e recursos didáticos. In: **3º SIPEMAT – Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**. Fortaleza: UFC, UECE, 2012a.
- _____. A Prova Didática na formação do pedagogo que ensina Matemática. **3º SIPEMAT – Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**. Fortaleza: UFC, UECE, 2012b.
- BENTLEY, Peter. **O Livro dos números: uma História ilustrada da Matemática**. Tradução Maria Luiza C. de A. Borges. Rio de Janeiro: Zahar, 2009.
- BOYER, Carl Benjamin; MERZBACH, Uta Caecilia. **História da Matemática**. Tradução Helena Castro. São Paulo: Blucher, 2012.
- BRANSFORD, John D.; BROWN, Ann L.; COCKING, Rodney R. **Como as pessoas aprendem: cérebro, mente, experiência e escola**. Tradução Carlos David Szlak. São Paulo: Editora Senac São Paulo, 2007.
- BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRUNER, Jerome. **A Cultura da Educação**. Tradução Marcos A. G. Domingues. Porto Alegre: ArtMed, 2001.

CAPRA, Fritjof. **A Teia da vida: uma nova compreensão científica dos sistemas vivos**. Tradução Newton Roberval Eicheberg. 5. ed. São Paulo: Cultrix, 2001.

CARRAHER, Terezinha Nunes; CARRAHER, David; SCHLIEMANN, Analúcia. **Na Vida dez, na escola zero**. 4. ed. São Paulo: Cortez, 1990.

CHACON, Inés Maria Gómez. **Matemática emocional – os afetos na aprendizagem Matemática**. Tradução Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed, 2003.

CORETH, Emerich. **Questões fundamentais de Hermenêutica**. Tradução Carlos Lopes de Matos. São Paulo: EPU, 1973.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. 19. ed. Campinas: Papirus, 2010.

DALE, Edgar. **Audio-Visual Methods in Teaching**. New York: Dryden Press, 1946.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara (Org.). **Aprendizagem em Matemática – registros de representação semiótica**. Campinas: Papirus, 2003. p. 11-33.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Tradução Hygino H. Domingues. 5. ed. Campinas: Unicamp, 2011.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. **Novo Dicionário da Língua Portuguesa**. 2. ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1993.

FONTANELLA, Francisco Cock. **O Corpo no limiar da subjetividade**. Piracicaba: Editora Unimep, 1995.

FOUCAULT, Michel. **Vigiar e punir: nascimento das prisões**. Tradução Raquel Ramallete. 25. ed. Petrópolis: Vozes, 2002.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 39. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2009.

_____. **Pedagogia do oprimido**. 18. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1988.

GABRIEL O PENSADOR. Estudo errado. Intérprete: Gabriel O Pensador. *In: Ainda é só o começo*. Chaos/Sony Music. 1995. Faixa 06.

GAIARSA, José Ângelo. **O Espelho mágico: um fenômeno social chamado corpo e alma**. 12. ed. São Paulo: Summus, [s/d.].

GIBRAN, Gibran Khalil. **O Profeta**. Tradução: Mansour Challita. 8. ed. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1970.

GONÇALVES, Maria Augusta Salin. **Sentir, pensar, agir – corporeidade e educação**. Campinas: Papirus, 1994.

GONZÁLEZ REY, Fernando Luís. Questões teóricas e metodológicas nas pesquisas sobre a aprendizagem: a aprendizagem no nível superior. *In: MARTÍNEZ, Albertina Mitjans; TACCA, Maria Carmen Villela Rosa (Orgs.). A Complexidade da aprendizagem: destaque ao ensino superior*. Campinas: Alínea, 2009. pp. 119-147.

HERCULANO-HOUZEL, Suzana. **Neurociências na Educação**. Belo Horizonte: CEDIC, 2010.

IFRAH, Georges. **Os números: a História de uma grande invenção**. Tradução de Stella Maria de Freitas Serna. 11. ed. São Paulo: Globo, 2005.

KORCZAK, Janusz. **Quando eu voltar a ser criança**. Tradução Yan Michalsky. São Paulo: Summus Editorial, 1981.

KUHN, Thomas S. **A Estrutura das revoluções científicas**. Tradução Beatriz Vianna Boeira e Nelson Boeira. 10. ed. São Paulo: Perspectiva, 2011.

LIBÂNEO, José Carlos. **Democratização da escola pública: pedagogia crítico-social dos conteúdos**. 14. ed. São Paulo: Loyola, 1996.

MACHADO, Sílvia Dias Alcântara (Org.). **Educação Matemática: uma (nova) introdução**. 3. ed. São Paulo: Educ, 2010.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática – uma análise da influência francesa**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. (Coleção Tendências em Educação Matemática)

SAGAN, Carl. **Cosmos**. Tradução Angela do Nascimento Machado. 3. ed. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves Editora S/A, 1982.

SNYDERS, Georges. **A Alegria na escola**. Tradução Bertha Halpren Gozovitz e Maria Cristina Caponero. São Paulo: Manole, 1988.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação Matemática crítica: a questão da democracia**. 6. ed. Campinas: Papyrus, 2011.

TELES, Jorge Luiz; MENDONÇA, Patrícia Ramos (Orgs.). **Diversidade na Educação: experiências de formação continuada de professores**. Brasília: MEC; UNESCO, 2006.

VERGNAUD, Gerard. **A Criança, a Matemática e a realidade: problemas do ensino da Matemática na escola elementar**. Tradução Maria Lucia Faria Moro. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009.

VYGOTSKY, Lev Semenovich. **A Formação social da mente**. Tradução José Cipolla Neto, Luis Silveira Menna Barreto, Solange Castro Afeche. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.